

Leyes de tensión y de corriente

INTRODUCCIÓN

En el capítulo 2 se presentaron la resistencia así como varios tipos de fuentes. Después de definir algunos términos nuevos sobre circuitos, se contará con elementos suficientes para comenzar a analizar circuitos simples realizados a partir de estos dispositivos. Las técnicas que se explicarán están basadas en dos leyes relativamente simples: la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) y la ley de voltajes (tensiones) de Kirchhoff (LVK). La LCK se basa en el principio de conservación de la carga, mientras que la LVK se fundamenta en el principio de conservación de la energía, por lo cual ambas son leyes físicas fundamentales. Una vez que se haya familiarizado con el análisis básico, podrá hacer un uso más extensivo de LCK y LVK para simplificar combinaciones en serie y en paralelo de resistencias, fuentes de tensión o fuentes de corriente y se desarrollarán los conceptos de división de tensión y de corriente. En capítulos subsiguientes, se explicarán técnicas adicionales que permitirán analizar, de manera eficiente, redes aún más complejas.

3.1 NODOS, TRAYECTORIAS, LAZOS Y RAMAS

Ahora el foco de atención se centrará en determinar las relaciones corriente-tensión en redes simples con dos o más elementos de circuito. Los elementos se conectarán entre sí por medio de cables (algunas veces denominados “hilos de conexión”), que tienen una resistencia nula. Debido a que la red aparece entonces como varios elementos simples y un conjunto de hilos de conexión, se le da el nombre de **red de parámetros concentrados**. Surge un problema de análisis más difícil cuando se debe enfrentar una **red de parámetros distribuidos**, que contiene un número esencialmente infinito de elementos pequeños que se van anulando. En este texto sólo se expondrán las redes de parámetros concentrados.

CONCEPTOS CLAVE

Nuevos términos sobre circuitos: *nodo*, *trayectoria*, *lazo* y *rama*.

Ley de Kirchhoff de corriente (LKC).

Ley de Kirchhoff de voltaje (LKV).

Análisis de circuitos básicos en serie y en paralelo.

Combinación de fuentes en serie y en paralelo.

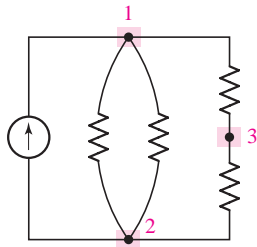
Simplificación de combinaciones de resistencias en serie y en paralelo.

División de corriente y de tensión.

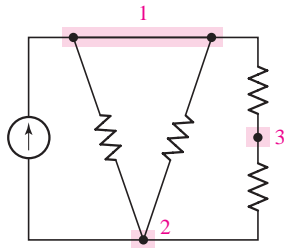
Conexiones a tierra.



En los circuitos ensamblados en el mundo real, los cables siempre tienen resistencia finita. Sin embargo, dicha resistencia casi siempre es tan pequeña, en comparación con otras resistencias del circuito, que puede pasarse por alto sin introducir un error importante. Por lo tanto, de ahora en adelante, en los circuitos idealizados, se hará referencia a cables de “resistencia nula”.



(a)



(b)

■ **FIGURA 3.1** (a) Circuito que contiene tres nodos y cinco ramas. (b) El nodo 1 se vuelve a dibujar para considerarlo como dos nodos, aunque sigue siendo uno.



Un punto en el cual dos o más elementos tienen una conexión común se llama **nodo**. Por ejemplo, en la figura 3.1a se presenta un circuito que contiene tres nodos. Algunas redes se dibujan de manera que engañan a un estudiante desprevenido que cree que hay más nodos de los que en verdad existen. Esto ocurre cuando un nodo, tal como el que se indica con el número 1 en la figura 3.1a, se muestra como dos uniones separadas conectadas por un conductor (resistencia nula), como en la figura 3.1b. Sin embargo, todo lo que se ha hecho es dispersar el punto común en una línea común de resistencia nula. Así, se debe considerar en forma obligatoria la totalidad de los hilos de conexión perfectamente conductores o las porciones de hilos de conducción unidos al nodo, como parte de este mismo. Observe también que todo elemento tiene un nodo en cada uno de sus extremos.

Suponga que se parte del nodo de una red y se mueve a través de un elemento simple hacia el nodo del otro extremo. Se continúa luego desde ese nodo a través de un elemento diferente hasta el siguiente, y se prosigue con este movimiento hasta que se haya pasado por tantos elementos como se desee. Si se encontró un nodo más de una vez, entonces el conjunto de nodos y elementos a través de los cuales se pasó se define como una **trayectoria**. Si el nodo en el cual se empezó es el mismo que con el que se finalizó, entonces la trayectoria es, por definición, una trayectoria cerrada o **lazo**.

Por ejemplo, en la figura 3.1a, si al moverse a partir del nodo 2 por la fuente de corriente hacia el 1, y luego se atraviesa la resistencia superior derecha hacia el nodo 3, se establece una trayectoria. Esto es debido a que no se ha continuado de nuevo hacia el nodo 2, completando así un lazo. Si se procede desde el nodo 2 a través de la fuente de corriente hacia el 1, se atraviesa la resistencia izquierda hacia el 2, y después se sube otra vez por la resistencia central hacia el nodo 1, no se está teniendo una trayectoria, ya que se encontró más de una vez un nodo (en realidad dos nodos); tampoco tiene un lazo, puesto que éste debe ser una trayectoria.

Otro término cuyo uso probará su conveniencia es el de **rama**, a la cual se define como una trayectoria única en una red, compuesta por un elemento simple y el nodo en cada extremo de ese elemento. Por lo tanto, una trayectoria es una colección particular de ramas. El circuito de la figura 3.1a y b contiene cinco ramas.

3.2 LEY DE CORRIENTES DE KIRCHHOFF

Ahora cuenta con elementos suficientes para analizar la primera de las dos leyes con las que se honra el nombre de Gustav Robert Kirchhoff (dos *h* y dos *f*), profesor universitario alemán que nació en la época en que Ohm efectuaba su trabajo experimental. Esta ley axiomática se denomina ley de Kirchhoff de corriente (abreviada LKC), la cual establece simplemente que:

La suma algebraica de las corrientes que entran a cualquier nodo es cero.

Esta ley representa un enunciado matemático del hecho de que la carga no se acumula en un nodo. *Un nodo no es un elemento de circuito*, y ciertamente no puede almacenar, destruir o generar carga. En consecuencia, las corrientes deben sumar cero. En ocasiones resulta útil una analogía hidráulica para aclarar este caso: por ejemplo, considerar tres tuberías de agua unidas en la forma de una Y. Se definen tres “corrientes” que fluyen *hacia* cada una de las tres tuberías. Si se insiste en que el agua siempre fluye, entonces resulta evidente que no se pueden tener tres corrientes de agua positivas, o las tuberías explotarían. Lo anterior constituye un resultado de las corrientes definidas como independientes de la di-

rección en la cual en realidad fluye el agua. Por lo tanto, por definición, el valor de una o dos corrientes debe ser negativo.

Considere el nodo de la figura 3.2. La suma algebraica de las cuatro corrientes que entran al nodo debe ser cero:

$$i_A + i_B + (-i_C) + (-i_D) = 0$$

Es obvio que la ley podría aplicarse de igual forma a la suma algebraica de las corrientes que *abandonan* el nodo:

$$(-i_A) + (-i_B) + i_C + i_D = 0$$

Quizá se desee igualar la suma de las corrientes que tienen flechas de referencia dirigidas hacia el nodo, con la suma de las dirigidas hacia afuera del mismo:

$$i_A + i_B = i_C + i_D$$

lo que establece de manera simple que la suma de las corrientes que entran es igual a la suma de las corrientes que salen.

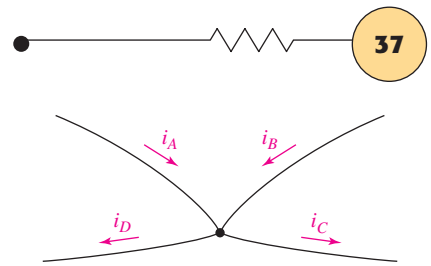
Una expresión compacta de la ley de Kirchhoff de corriente es:

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0 \quad [1]$$

que es justo un enunciado breve de:

$$i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_N = 0 \quad [2]$$

Cuando se emplea la ecuación [1] o la [2], se entiende que las N flechas de corriente se dirigen hacia el nodo en cuestión, o se alejan de él.



■ FIGURA 3.2 Ejemplo de un nodo para ilustrar la aplicación de la ley de Kirchhoff de corriente.



EJEMPLO 3.1

En el circuito de la figura 3.3a, calcular la corriente a través del resistor R_3 si se sabe que la fuente de tensión suministra una corriente de 3 A.

► **Identificar el objetivo del problema.**

La corriente que circula por el resistor R_3 ya se marcó como i sobre el diagrama de circuito.

► **Recopilar la información conocida.**

La corriente fluye desde el nodo superior de R_3 , que se conecta a las otras tres ramas. Las corrientes que fluyen hacia el nodo a partir de cada rama se sumarán para formar la corriente i .

► **Elaborar un plan.**

Empezar marcando la corriente que pasa por R_1 (fig. 3.3b), de manera que pueda escribirse una ecuación LKC en el nodo superior de los resistores R_2 y R_3 .

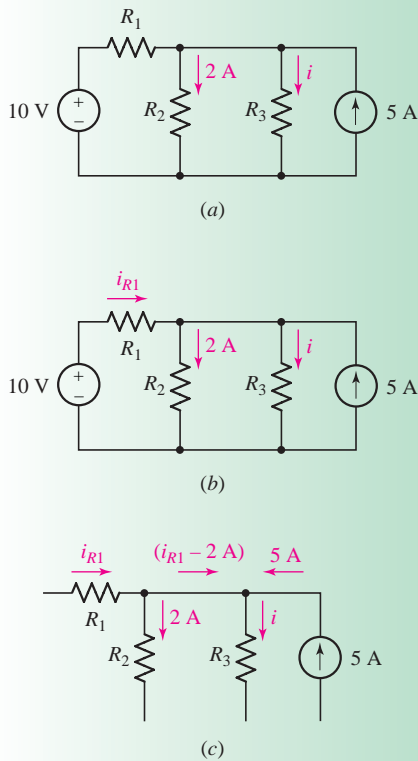
► **Construir un conjunto apropiado de ecuaciones.**

Sumar las corrientes que circulan hacia el nodo:

$$i_{R_1} - 2 - i + 5 = 0$$

Para mayor claridad, las corrientes que fluyen hacia este nodo se muestran en el esquema del circuito ampliado de la figura 3.3c.

(Continúa en la siguiente página)



■ **FIGURA 3.3** (a) Circuito simple en el que se desea que fluya la corriente a través de la resistencia R_3 . (b) La corriente que circula por la resistencia R_1 se indica de manera que la ecuación de la LCK pueda escribirse. (c) Las corrientes en el nodo superior de R_3 se vuelven a dibujar por claridad.

► **Determinar si se requiere información adicional.**

Observar que tiene una ecuación pero dos incógnitas, lo que significa que se necesita obtener una ecuación adicional. En este punto, se vuelve útil el hecho de que sepa que la fuente de 10 V suministra 3 A: la LKC muestra que ésta es también la corriente i_{R_1} .

► **Buscar la solución.**

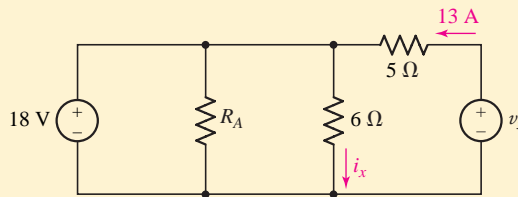
Sustituyendo, se tiene que $i = 3 - 2 + 5 = 6$ A.

► **Verificar la solución. ¿Es razonable o es la esperada?**

Siempre vale la pena el esfuerzo de verificar una vez más la solución. Además, puede hacerse el intento de evaluar si al menos la magnitud de la solución es razonable. En este caso, tiene dos fuentes: una suministra 5 A y la otra, 3 A. No hay otras fuentes, independientes o dependientes. Por consiguiente, no se debe esperar encontrar ninguna corriente en el circuito mayor que 8 A.

PRÁCTICA

3.1 Contar el número de ramas y nodos que hay en el circuito de la figura 3.4. Si $i_x = 3$ y la fuente de 18 V entrega 8 A de corriente, ¿cuál es el valor de R_A ? (Sugerencia: necesita de la ley de Ohm, así como de la LCK).



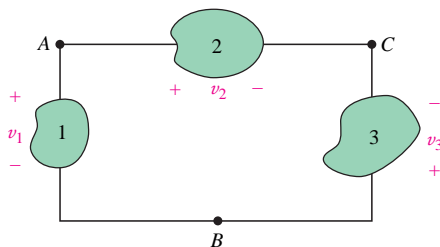
■ **FIGURA 3.4**

Respuesta: 5 ramas, 3 nodos, 1Ω .

3.3 LEY DE TENSION DE KIRCHHOFF

La corriente se relaciona con la carga que fluye *por* un elemento de circuito, en tanto que la tensión constituye una medida de la diferencia de energía potencial *entre* los extremos del elemento. En la teoría de circuitos, la tensión sólo tiene un valor único. Por lo tanto, en un circuito, la energía necesaria para mover una carga unitaria desde el punto A hasta el punto B debe tener un valor independiente de la trayectoria seguida de A a B (a menudo existe más de una trayectoria). Este hecho se puede comprobar por medio de la ley de Kirchhoff de tensión (abreviada **LVK**):

La suma algebraica de las tensiones alrededor de cualquier trayectoria cerrada es cero.



■ **FIGURA 3.5** La diferencia de potencial entre los puntos A y B es independiente de la trayectoria elegida.

En la figura 3.5, si se lleva una carga de 1 C de A a B a través del elemento 1, los signos de polaridad de referencia de v_1 muestran que se utilizaron v_1 joules de trabajo.¹ Observar que se eligió una carga de 1 C por conveniencia numérica: por lo tanto, se efectúa. Ahora bien, si, en vez de eso, se elige proceder de A a B

(1) Observar que se eligió una carga de 1 C por conveniencia numérica; por lo tanto, se efectúa $(1\text{ C})(v_1\text{ J/C}) = v_1$ joules de trabajo.

por el nodo C, entonces consumirá $v_2 - v_3$ joules de energía. El trabajo realizado, sin embargo, es independiente de la trayectoria en un circuito, por lo cual los valores deben ser iguales. Cualquier ruta debe conducir al mismo valor de la tensión. En otras palabras,

$$v_1 = v_2 - v_3 \quad [3]$$

Resulta que si traza una trayectoria cerrada, la suma algebraica de las tensiones en los elementos individuales, a lo largo de ella, debe ser nula. Así, se podría escribir:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N = 0$$

o de manera más compacta,

$$\sum_{n=1}^N v_n = 0 \quad [4]$$

Se puede aplicar la LKT a un circuito de varias maneras diferentes. Un método que propicia menos errores de escritura de ecuaciones, en comparación con otros, consiste en moverse mentalmente alrededor de la trayectoria cerrada en la dirección de las manecillas de reloj y escribir de manera directa la tensión de cada elemento a cuya terminal (+) se entra, y después expresar el negativo de cada tensión que se encuentre primero en el signo (-). Aplicando lo anterior al lazo sencillo de la figura 3.5, se tiene

$$-v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

lo cual concuerda con el resultado previo, ecuación [3].

EJEMPLO 3.2

En el circuito de la figura 3.6, determinar v_x e i_x .

Se conoce la tensión en dos de los tres elementos del circuito. De tal modo, la LKT se aplica de inmediato para obtener v_x .

Empezando con el nodo superior de la fuente de 5 V, se aplica la LVK en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del lazo:

$$-5 - 7 + v_x = 0$$

por lo que $v_x = 12$ V.

La LVK se aplica a este circuito, pero sólo dice que la misma corriente (i_x) fluye a través de los tres elementos. Sin embargo, se conoce la tensión en la resistencia de 100Ω .

Se puede recurrir a la ley de Ohm,

$$i_x = \frac{v_x}{100} = \frac{12}{100} \text{ A} = 120 \text{ mA}$$

PRÁCTICA

3.2 Determinar i_x y v_x en el circuito de la figura 3.7.

Respuesta: $v_x = -4$ V; $i_x = -400$ mA.

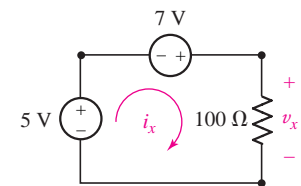


FIGURA 3.6 Circuito simple con dos fuentes de tensión y una sola resistencia.

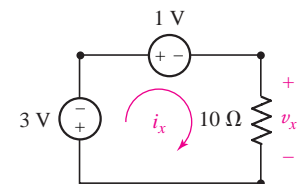


FIGURA 3.7

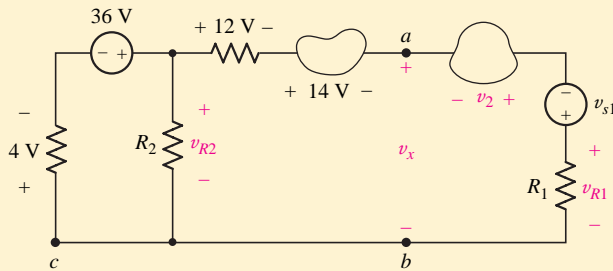
EJEMPLO 3.3

En el circuito de la figura 3.8 hay ocho elementos de circuito; las tensiones con pares más-menos se muestran en los extremos de cada elemento. Calcular v_{R2} (la tensión en R_2) y la tensión marcada v_x .

El mejor método para determinar v_{R2} en esta situación consiste en considerar un lazo en el que sea posible aplicar la LVK. Existen varias opciones, pero después de observar con cuidado el circuito se descubre que el lazo que está más hacia la izquierda ofrece una ruta directa, ya que dos tensiones se especifican con claridad. Por lo tanto, puede encontrar v_{R2} si escribe una ecuación LVK en torno al lazo de la izquierda, empezando en el punto c :

$$4 - 36 + v_{R2} = 0$$

lo que produce $v_{R2} = 32$ V.



■ FIGURA 3.8 Circuito con ocho elementos en el que se quiere determinar v_{R2} y v_x .

Para determinar v_x , podría considerársele como la suma (algebraica) de las tensiones de los tres elementos de la derecha. Sin embargo, puesto que no hay valores para estas cantidades, tal procedimiento no suministraría una respuesta numérica. En vez de eso, se debe aplicar la LVK empezando en el punto c , moverse hacia arriba y a través de la parte superior hasta a , a través de v_x hasta b , y por el hilo de conducción hasta el punto de inicio teniendo así:

$$+4 - 36 + 12 + 14 + v_x = 0$$

por lo que

$$v_x = 6 \text{ V}$$

Procedimiento alterno: conociendo v_{R2} se podría haber tomado el camino corto a través de R_2 :

$$-32 + 12 + 14 + v_x = 0$$

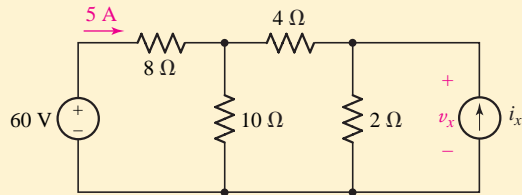
con lo cual se obtendría $v_x = 6$ V también en este caso.

Los puntos b y c , así como el cable entre ellos, son parte del mismo nodo.

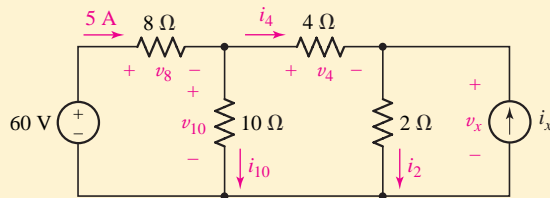
Como se puede ver justamente, la clave para analizar de manera correcta un circuito consiste en marcar primero de manera metódica todas las tensiones y las corrientes sobre el esquema del circuito. De este modo, la escritura cuidadosa de las ecuaciones LCK o LVK proporcionaría relaciones correctas y la ley de Ohm se aplicaría como se requiriese, si se obtienen al principio más incógnitas que ecuaciones. Se ilustran estos principios con un ejemplo más detallado.

EJEMPLO 3.4

Determinar v_x en el circuito de la figura 3.9a.



(a)



(b)

■ FIGURA 3.9 (a) Circuito para el que se va a determinar v_x mediante LVK. (b) Circuito con tensiones y corrientes señaladas.

Se debe empezar marcando (señalando) las tensiones y las corrientes en el resto de los elementos de circuito (fig. 3.9b). Observe que v_x aparece entre los extremos del resistor de $2\ \Omega$ y la fuente i_x también.

Si se obtiene la corriente que circula por el resistor de $2\ \Omega$ con la ley de Ohm se calculará v_x . Al escribir la ecuación apropiada de la LCK, se ve que:

$$i_2 = i_4 + i_x$$

Desafortunadamente, no se tienen los valores de ninguna de estas tres cantidades. Por lo tanto, la solución se ha atascado (de manera temporal).

Puesto que se conoce el flujo de corriente de la fuente de 60 V, es más conveniente trabajar con ese lado del circuito. Podría obtenerse v_x mediante i_2 , de manera directa de la LVK, en lugar de basarse en el conocimiento de v_x . Desde esta perspectiva, se pueden escribir las ecuaciones LVK siguientes:

$$-60 + v_8 + v_{10} = 0$$

y

$$-v_{10} + v_4 + v_x = 0 \quad [5]$$

Esto ya es un avance. Ahora se cuenta con dos ecuaciones con cuatro incógnitas, lo cual significa una ligera mejora que contar con una ecuación en la que *todos* los términos son incógnitas. En realidad, se sabe que $v_8 = 40\ \text{V}$ por medio de la ley de Ohm, ya que se dijo que 5 A fluyen a través de una resistencia de $8\ \Omega$. Por lo tanto, $v_{10} = 0 + 60 - 40 = 20\ \text{V}$, de tal forma que la ecuación [5] se reduce a

$$v_x = 20 - v_4$$

Si se pudiera determinar v_4 , se resolvería el problema.

(Continúa en la siguiente página)

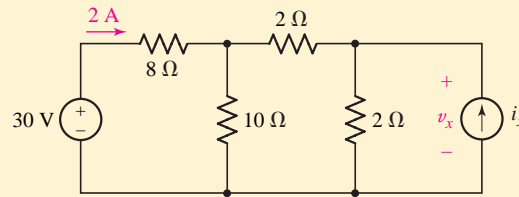
La mejor forma de encontrar el valor numérico de la tensión v_4 en este caso es utilizar la ley de Ohm, la cual requiere contar con un valor para i_4 . A partir de LCK, se puede ver que

$$i_4 = 5 - i_{10} = 5 - \frac{v_{10}}{10} = 5 - \frac{20}{10} = 3$$

de tal forma que $v_4 = (4)(3) = 12$ V y, por lo tanto, $v_x = 20 - 12 = 8$ V.

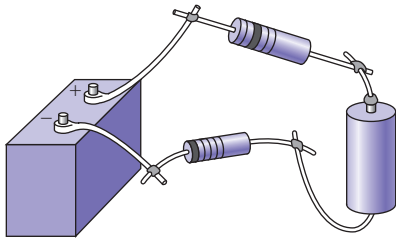
PRÁCTICA

3.3 Determine v_x en el circuito de la figura 3.10.

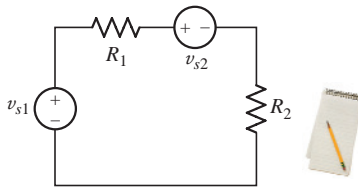


■ FIGURA 3.10

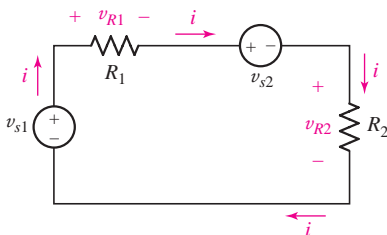
Respuesta: $v_x = 12.8$ V.



(a)



(b)



(c)

■ FIGURA 3.11 (a) Circuito de un solo lazo con cuatro elementos. (b) Modelo del circuito con tensiones de fuente y valores de resistencia dados. (c) Tienen que agregarse al circuito los signos de referencia de la corriente y de la tensión.

3.4 EL CIRCUITO DE UN SOLO LAZO

Se ha podido observar que el uso repetido de LCK y LVK en conjunto con la ley de Ohm puede aplicarse a circuitos no triviales que cuenten con varios lazos y un determinado número de elementos. Antes de avanzar más, éste es un buen momento para enfocar la atención en el concepto de circuitos en serie (y, en la sección siguiente, paralelo), ya que ambos formarán la base de cualquier red que se presente en el futuro.

Se dice que todos los elementos del circuito que conducen la misma corriente están conectados en *serie*. Como ejemplo, considere el circuito de la figura 3.9. La fuente de 60 V está en serie con la resistencia de 8 Ω por ambos circuitos la misma corriente de 5 A. Sin embargo, la resistencia de 8 Ω no está en serie con la de 4 Ω; por ambas circulan corrientes diferentes. Observe que los elementos pueden conducir corrientes iguales y no estar en serie; dos focos de luz eléctrica de 100 W en casas vecinas quizás conduzcan perfectamente corrientes iguales, pero realmente no conducen la misma corriente y *no* están en serie.

La figura 3.11a muestra un circuito simple que consiste en dos baterías y dos resistencias. Se supone que cada terminal, hilo de conexión y soldadura tiene resistencia cero; juntos constituyen un nodo individual del esquema de circuitos de la figura 3.11b. Ambas baterías están modeladas por fuentes de tensión ideales; se supone que cualquier resistencia interna que puedan tener es lo suficientemente pequeña como para que pueda despreciarse. Se supone que las dos resistencias son reemplazables por resistencias ideales (lineales).

Se trata de encontrar la corriente *a través* de cada elemento, la tensión *en* cada elemento y la potencia que *absorbe* cada elemento. El primer paso del análisis es el supuesto de las direcciones de referencia de las corrientes desconocidas. De manera arbitraria se elige la corriente i en el sentido de las manecillas del reloj que sale de la terminal superior de la fuente de tensión a la izquierda. Tal elección se indica mediante una flecha marcada i en ese punto del circuito, como se muestra en la figura 3.11c. Una aplicación trivial de la ley de Kirchhoff de

corriente asegura que esta misma corriente debe circular también por cada uno de los demás elementos del circuito; se debe destacar este hecho colocando esta vez varios símbolos de corriente alrededor del circuito.

El segundo paso del análisis consiste en elegir la tensión de referencia para cada uno de las dos resistencias. La convención de signos pasiva requiere que las variables de corriente y tensión de la resistencia se definan de manera que la corriente entre a la terminal en la cual se localiza la referencia de tensión positiva. Puesto que ya se ha elegido (de manera arbitraria) la dirección de la corriente, y se definen como en la figura 3.11c.

El tercer paso es aplicar la ley de Kirchhoff de tensión a la única trayectoria cerrada. Es necesario moverse alrededor del circuito en la dirección de las manecillas del reloj, empezar en la esquina inferior izquierda y escribir de manera directa cada tensión que se encuentre primero en su referencia positiva, y expresar el negativo de cada tensión que se encuentre en la terminal negativa. Por lo tanto,

$$-v_{s1} + v_{R1} + v_{s2} + v_{R2} = 0 \quad [6]$$

Después se aplica la ley de Ohm a los elementos resistivos:

$$v_{R1} = R_1 i \quad \text{and} \quad v_{R2} = R_2 i$$

La sustitución en la ecuación [6] produce:

$$-v_{s1} + R_1 i + v_{s2} + R_2 i = 0$$

Puesto que i es la única incógnita, se determina que:

$$i = \frac{v_{s1} - v_{s2}}{R_1 + R_2}$$

La tensión o la potencia asociada con cualquier elemento tal vez se obtenga ahora mediante la aplicación de $v = Ri$, $p = vi$, o $p = i^2 R$.

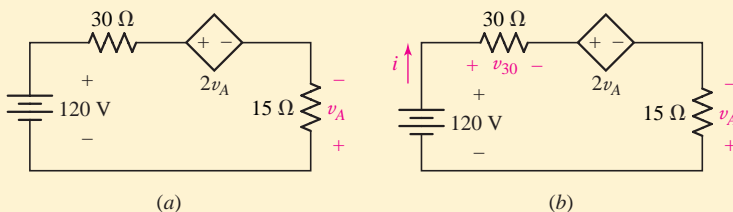
PRÁCTICA

3.4 En el circuito de la figura 3.11b, $v_{s1} = 120 \text{ V}$, $v_{s2} = 30 \text{ V}$, $R_1 = 30 \Omega$, y $R_2 = 15 \Omega$. Calcular la potencia que absorbe cada elemento.

Respuesta: $p_{120\text{V}} = -240 \text{ W}$; $p_{30\text{V}} = +60 \text{ W}$; $p_{30\Omega} = 120 \text{ W}$; $p_{15\Omega} = 60 \text{ W}$.

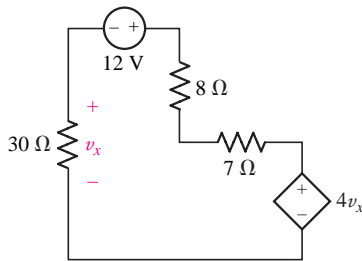
EJEMPLO 3.5

Calcular la potencia que absorbe cada elemento del circuito que se presenta en la figura 3.12a.



■ FIGURA 3.12 (a) Circuito de un solo lazo que contiene una fuente dependiente. (b) Se asignan la corriente i y la tensión v_{30} .

(Continúa en la siguiente página)



■ FIGURA 3.13 Circuito de un solo lazo.

Primero se asigna una dirección de referencia a la corriente i y una polaridad de referencia a la tensión v_{30} como se indica en la figura 3.12b. No es necesario asignar una tensión a la resistencia de $15\ \Omega$ puesto que la tensión de control v_A de la fuente dependiente ya está disponible. (Sin embargo, vale la pena señalar que los signos de referencia de v_A están invertidos respecto a los que se habrían asignado, con base en la convención de signos pasiva.)

Este circuito contiene una fuente de tensión dependiente, cuyo valor permanece desconocido hasta que se determine v_A . No obstante, se utiliza su valor algebraico $2v_A$ del mismo modo como si se dispusiera de un valor numérico. En consecuencia, al aplicar la LVK alrededor del lazo:

$$-120 + v_{30} + 2v_A - v_A = 0 \quad [7]$$

Utilizando la ley de Ohm para introducir los valores de resistencia conocidos:

$$v_{30} = 30i \quad \text{y} \quad v_A = -15i$$

Observe que se requiere el signo negativo, puesto que i fluye hacia la terminal negativa de v_A .

La sustitución en la ecuación [7] produce:

$$-120 + 30i - 30i + 15i = 0$$

y por ello se determina que:

$$i = 8\ \text{A}$$

Al calcular la potencia *absorbida* por cada elemento:

$$p_{120\text{V}} = (120)(-8) = -960\ \text{W}$$

$$p_{30\Omega} = (8)^2(30) = 1920\ \text{W}$$

$$p_{\text{dep}} = (2v_A)(8) = 2[(-15)(8)](8) \\ = -1920\ \text{W}$$

$$p_{15\Omega} = (8)^2(15) = 960\ \text{W}$$

PRÁCTICA

3.5 En el circuito de la figura 3.13, encontrar la potencia absorbida por cada uno de los cinco elementos del circuito.

Respuesta: (En el sentido de las manecillas del reloj desde la izquierda) 0.768 W; 1.92 W; 0.2048 W; 0.1792 W; -3.072 W.



En el ejemplo anterior y el problema de la práctica, se pidió calcular la potencia absorbida por cada elemento de un circuito. Sin embargo, es difícil pensar en una situación en la que todas las cantidades de potencia absorbidas por un circuito sean positivas, por la sencilla razón de que la energía debe provenir de algún lugar. Por lo tanto, a partir de la conservación de la energía, es de esperar que **la suma de la potencia absorbida por cada elemento de un circuito sea cero**. En otras palabras, al menos una de las cantidades debe ser negativa (despreciando

el obvio caso en el que el circuito no esté en operación). Dicho de otra forma, **la suma de la potencia absorbida por cada elemento debe ser igual a cero**. De manera más práctica, la suma de la potencia absorbida es igual a la suma de la potencia suministrada, lo que parece lógico de acuerdo al valor.

Lo anterior puede probarse con el circuito de la figura 3.12 del ejemplo 3.5, que consiste en dos fuentes (una dependiente y la otra independiente) y dos resistencias. Si se suma la potencia absorbida por cada elemento, se tiene

$$\sum_{\text{todos los elementos}} p_{\text{absorbida}} = -960 + 1920 - 1920 + 960 = 0$$

En realidad (la indicación en el esquema del circuito es la del signo asociado con la potencia absorbida) la fuente de 120 V *suministra* +960 W, y la fuente dependiente +1920 W. Por lo tanto, las fuentes suministran un total de $960 + 1920 = 2880$ W. Se espera que las resistencias absorban potencia positiva, que en este caso se adiciona a un total de $1920 + 960 = 2880$ W. Por ende, si tomamos en cuenta cada elemento del circuito,

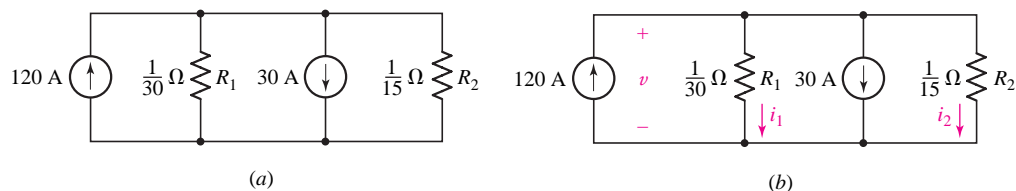
$$\sum p_{\text{absorbida}} = \sum p_{\text{suministrada}}$$

como se esperaba.

Si se enfoca en el problema de práctica 3.5, la solución con la que querrá comparar, se observa claramente que las potencias absorbidas suman $0.768 + 1.92 + 0.2048 + 0.1792 - 3.072 = 0$. Resulta interesante saber que la fuente de tensión independiente de 12 V absorbe +1.92 W, lo que significa que está *disipando* potencia y no suministrándola. En su lugar, la fuente de tensión dependiente aparenta estar suministrando toda la potencia en este circuito en particular. ¿Es factible esta situación? En general, sería de esperar que una fuente suministrara potencia positiva; sin embargo, puesto que los circuitos emplean fuentes ideales, es factible tener un flujo de potencia neto en cualquier fuente. Si se modifica el circuito de alguna forma, se podrá ver que la misma fuente suministrará la potencia positiva. No se conocerá el resultado hasta que se haya llevado a cabo el análisis de circuitos.

3.5 EL CIRCUITO DE UN PAR DE NODOS

El compañero de un circuito de un solo lazo que se analizó en la sección 3.4 es el circuito de un par de nodos, en el que cualquier número de elementos simples se conectan entre el mismo par de nodos. Un ejemplo de este tipo de circuito se ilustra en la figura 3.14a. Se conocen las dos fuentes de corriente y los valores de resistencia. Primero, suponga una tensión en cualquier elemento y asígnele una polaridad de referencia arbitraria. La LKT obliga a reconocer que la tensión en los extremos en cada rama es la misma que la de los extremos de cualquier otra. *Se dice que los elementos de un circuito que tienen una tensión común entre sus extremos están conectados en paralelo*.



■ FIGURA 3.14 (a) Circuito de un solo par de nodos. (b) Se asignan una tensión y dos corrientes.

EJEMPLO 3.6

Determinar la tensión, la corriente y la potencia asociadas con cada elemento del circuito de la figura 3.14a.

Primero se define una tensión v y se elige de manera arbitraria su polaridad, como se muestra en la figura 3.14b. Dos corrientes, que fluyen en las resistencias, se escogen conforme a la convención de signos pasiva; tales corrientes se indican también en la figura 3.14b.

Determinar cualquier corriente i_1 o i_2 permite obtener un valor de v . De este modo, el siguiente paso es aplicar la LKC a cualquiera de los dos nodos del circuito. Igualando a cero la suma algebraica de las corrientes que abandonan el nodo superior, se tiene:

$$-120 + i_1 + 30 + i_2 = 0$$

Al escribir ambas corrientes en términos de la tensión v mediante la ley de Ohm,

$$i_1 = 30v \quad \text{e} \quad i_2 = 15v$$

se obtiene:

$$-120 + 30v + 30 + 15v = 0$$

Cuando se despeja v de esta ecuación, se tiene como resultado,

$$v = 2 \text{ V}$$

Y al recurrir a la ley de Ohm se obtiene:

$$i_1 = 60 \text{ A} \quad \text{e} \quad i_2 = 30 \text{ A}$$

Ahora puede calcularse la potencia absorbida por cada elemento. En las dos resistencias:

$$p_{R1} = 30(2)^2 = 120 \text{ W} \quad \text{y} \quad p_{R2} = 15(2)^2 = 60 \text{ W}$$

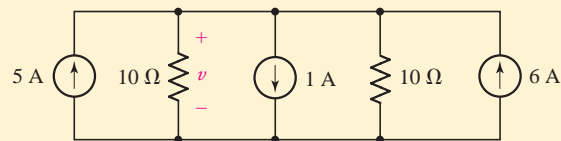
y para las dos fuentes:

$$p_{120\text{A}} = 120(-2) = -240 \text{ W} \quad \text{y} \quad p_{30\text{A}} = 30(2) = 60 \text{ W}$$

En razón de que la fuente de 120 A absorbe 240 W negativos, en realidad ésta *suministra* potencia a los otros elementos del circuito. De manera similar, se encuentra que la fuente de 30 A en realidad *absorbe* potencia, en vez de *suministrarla*.

PRÁCTICA

3.6 Determinar v en el circuito de la figura 3.15.

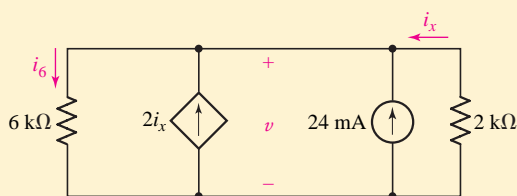


■ FIGURA 3.15

Respuesta: 50 V.

EJEMPLO 3.7

Determinar el valor de v y la potencia suministrada por la fuente de corriente independiente de la figura 3.16.



■ FIGURA 3.16 Se asignan una tensión v y una corriente i_6 circuito de un solo par de nodos que contiene una fuente dependiente.

Mediante la LCK, la suma de las corrientes que salen del nodo superior debe ser cero, por lo que:

$$i_6 - 2i_x - 0.024 - i_x = 0$$

De nuevo, observe que el valor de la fuente dependiente ($2i_x$) se trata como si fuese cualquier otra corriente, aun cuando no se conoce su valor exacto hasta que el circuito haya sido analizado.

A continuación se aplica la ley de Ohm a cada resistencia:

$$i_6 = \frac{v}{6000} \quad \text{e} \quad i_x = \frac{-v}{2000}$$

Por lo tanto,

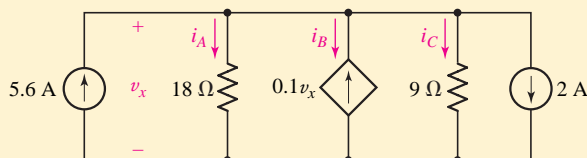
$$\frac{v}{6000} - 2\left(\frac{-v}{2000}\right) - 0.024 - \left(\frac{-v}{2000}\right) = 0$$

y por ello $v = (600)(0.024) = 14.4$ V.

Cualquier otra información que se quiera determinar para este circuito se obtiene ahora con facilidad, por lo general en un solo paso. Por ejemplo, la potencia suministrada por la fuente independiente es $p_{24} = 14.4(0.024) = 0.3456$ W (345.6 mW).

PRÁCTICA

3.7 En el circuito de un solo par de nodos de la figura 3.17, determinar i_A , i_B e i_C .

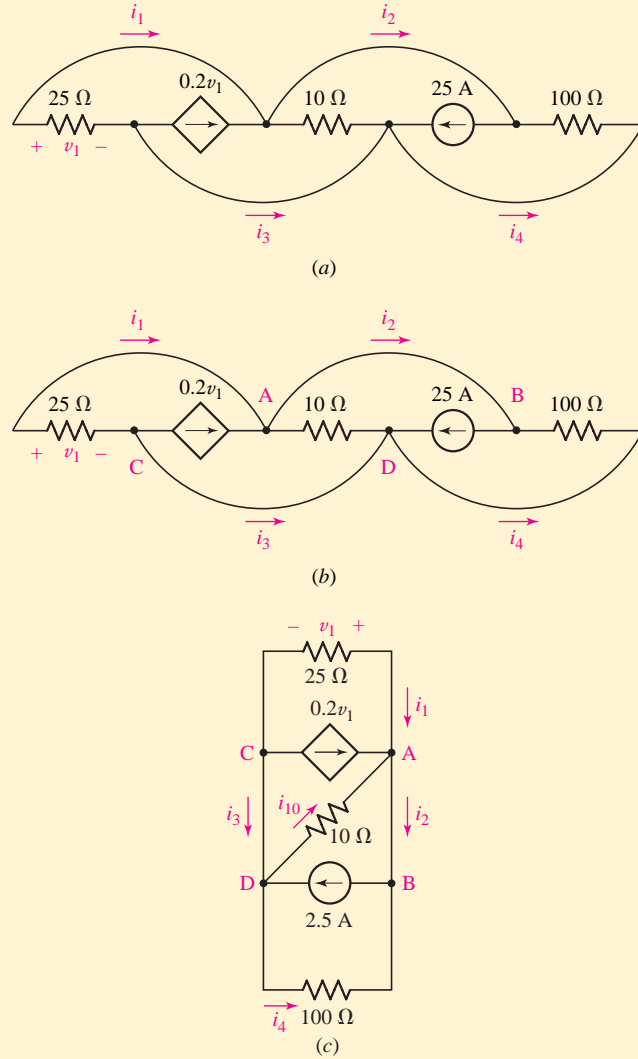


■ FIGURA 3.17

Respuesta: 3 A; -5.4 A; 6 A.

EJEMPLO 3.8

En el circuito de la figura 3.18a, encontrar i_1 , i_2 , i_3 e i_4 .



■ FIGURA 3.18 (a) Circuito de un solo par de nodos. (b) Circuito con los puntos marcados como auxiliares. (c) Circuito dibujado nuevamente.

De acuerdo con la ilustración, este circuito es un poco difícil de analizar, por lo que, primero, es necesario volverlo a dibujar, después de marcar los puntos A , B , C y D como en la figura 3.18b y por último en la 3.18c. También se debe definir una corriente i_{10} que circula por la resistencia de 10Ω para anticiparse al uso de la ley de Kirchhoff de corriente.

Ninguna de las corrientes que se desean resulta evidente de inmediato a partir del esquema del circuito, por lo que será necesario obtenerlas a partir de la ley de Ohm. Cada uno de las tres resistencias tiene la misma tensión (v_1) entre sus extremos, así que, simplemente, se deben sumar las corrientes que fluyen hacia el nodo más a la derecha:

$$-\frac{v_1}{100} - 2.5 - \frac{v_1}{10} + 0.2 v_1 - \frac{v_1}{25} = 0$$

Despejando, se encuentra que $v_1 = 250/5 = 50$ V.

Al observar la parte inferior del circuito, se ve que

$$i_4 = \frac{-v_1}{100} = -\frac{50}{100} = -0.5 \text{ A}$$

De un modo similar, se determina que $i_1 = -2$ A e $i_{10} = -5$ A. Las dos corrientes restantes, i_2 e i_3 se determinan con la LCK para sumar de manera independiente las corrientes conocidas en los nodos del lado derecho y del lado izquierdo.

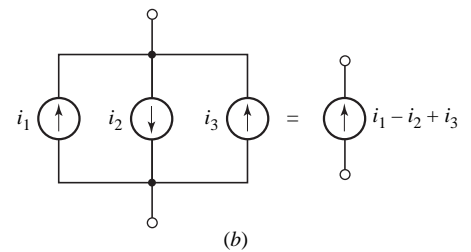
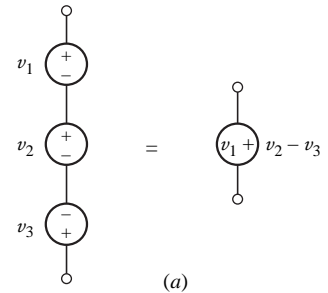
Por lo tanto

$$i_2 = i_1 + 0.2v_1 + i_{10} = -2 + 10 - 5 = 3 \text{ A}$$

$$i_3 = i_{10} - 2.5 + i_4 = -5 - 2.5 - 0.5 = -8 \text{ A}$$

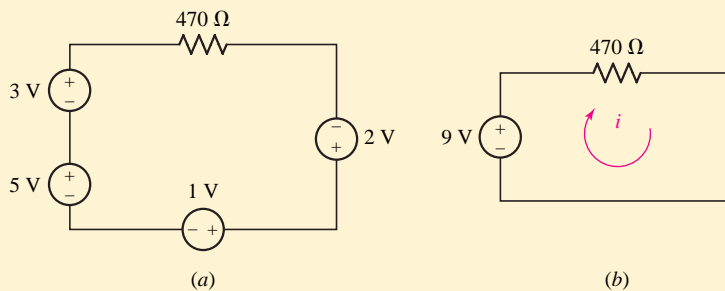
3.6 FUENTES INDEPENDIENTES CONECTADAS EN SERIE Y EN PARALELO

Ocurre que algunas de las ecuaciones obtenidas para los circuitos en serie y en paralelo se evitan si se combinan las fuentes. Sin embargo, observe que la totalidad de las relaciones de corriente, tensión y potencia en el resto del circuito permanecen invariables. Por ejemplo, varias fuentes de tensión en serie tal vez sean sustituidas por una fuente de tensión equivalente que tenga una tensión igual a la suma algebraica de las fuentes individuales (fig. 3.19a). También se podrían combinar las fuentes de corriente en paralelo mediante la suma algebraica de las corrientes individuales; además, el orden de los elementos en paralelo quizá se vuelva a arreglar como se desee (fig. 3.19b).



■ FIGURA 3.19 (a) Las fuentes de tensión conectadas en serie se sustituyen por una sola fuente. (b) Las fuentes de corriente en paralelo se sustituyen por una sola fuente.

Determinar la corriente que circula a través de la resistencia de 470Ω de la figura 3.20a combinando primero las cuatro fuentes en una sola fuente de tensión.



■ FIGURA 3.20 (a) Circuito de un solo lazo que cuenta con cuatro fuentes de tensión en serie. (b) Circuito equivalente.

Hay cuatro fuentes de tensión conectadas en serie. Es necesario reemplazarlas por una sola fuente de tensión que tenga su terminal de referencia “+” en la parte superior. Para ello, se debe comenzar en la terminal de referencia “+” de la fuente de 3 V y se escribe:

$$+3 + 5 - 1 + 2 = 9 \text{ V}$$

(Continúa en la siguiente página)

EJEMPLO 3.9

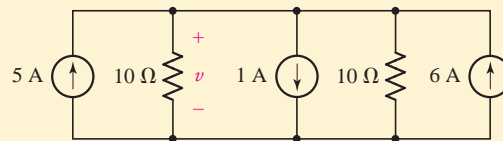
El circuito equivalente se muestra en la figura 3.20*b*. Ahora se calcula el valor de i a partir de la ley de Ohm:

$$i = \frac{9}{470} = 19.15 \text{ mA}$$

Es normal que se obtenga una ganancia muy pequeña al incluir una fuente dependiente en una combinación de fuentes de tensión o de corriente, pero no es incorrecto hacerlo de esa forma.

PRÁCTICA

3.8 Determinar v en el circuito de la figura 3.21 combinando primero las tres fuentes de corriente.



■ FIGURA 3.21

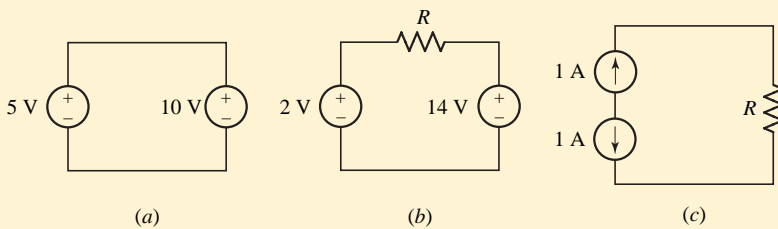
Respuesta: 50 V.

Para concluir el análisis de las combinaciones de fuentes en paralelo y en serie, se debe considerar la combinación en paralelo de dos fuentes de tensión y la combinación en serie de dos fuentes de corriente. Por ejemplo, ¿cuál es el equivalente de una fuente de 5 V en paralelo con una fuente de 10 V? De acuerdo con la definición de una fuente de tensión, no puede cambiar la tensión en la fuente; entonces, mediante la ley de Kirchhoff de tensión, 5 es igual a 10 y se ha supuesto como hipótesis una imposibilidad física. De tal modo, las fuentes de tensión *ideales* en paralelo se pueden tener sólo cuando cada una tiene la misma tensión a nivel terminal en todo instante. De modo similar, no se pueden poner dos fuentes de corriente en serie a menos que cada una tenga la misma corriente y el mismo signo, en cada instante de tiempo.

EJEMPLO 3.10

Determinar cuáles de los circuitos de la figura 3.22 son válidos.

El circuito de la figura 3.22*a* consiste en dos fuentes de tensión en paralelo. El valor de cada fuente es diferente, por lo que viola la LVK. Por ejemplo, si una resistencia se pone en paralelo con la fuente de 5 V, también está en paralelo con la fuente de 10 V. La tensión real en sus extremos es por tanto ambigua y, obviamente, no hay posibilidad de construir el circuito como se indica. Si se intenta construir un circuito de este tipo en la vida real, será imposible localizar fuentes de tensión “ideales”, pues todas las fuentes del mundo real tienen una resistencia interna. La presencia de este tipo de resistencia permite una diferencia de tensión entre las dos fuentes *reales*.



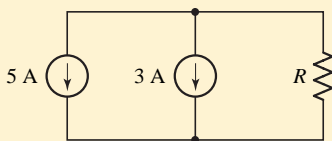
■ **FIGURA 3.22** De (a) a (c). Ejemplos de circuitos con fuentes múltiples, algunos de los cuales violan las leyes de Kirchhoff.

De acuerdo con lo anterior, el circuito de la figura 3.22b es perfectamente válido.

El circuito de la figura 3.22c viola LKC: no es claro que, realmente, la corriente fluya a través de la resistencia R .

PRÁCTICA

3.9 Determinar si el circuito de la figura 3.23 viola las leyes de Kirchhoff.



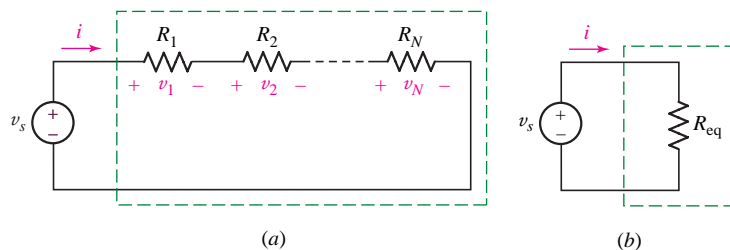
■ **FIGURA 3.23**

Respuesta: No. Sin embargo, si se quitara la resistencia, el circuito resultante sí las violaría.

3.7 RESISTENCIAS EN SERIE Y EN PARALELO

A menudo se sustituyen combinaciones de resistencias relativamente complicadas por una sola resistencia equivalente. Lo anterior resulta útil cuando no se está interesado de manera específica en la corriente, la tensión o la potencia asociadas con cualquiera de las resistencias individuales de las combinaciones. *Todas las relaciones de corriente, tensión y potencia en el resto del circuito permanecerán invariables.*

Considere la combinación en serie de N resistencias que se muestra en la figura 3.24a. Es necesario simplificar el circuito sustituyendo las N resistencias por una sola resistencia R_{eq} de modo que el resto del circuito, en este caso sólo la fuente de tensión, no se percate de que se ha realizado algún cambio. La corriente,



■ **FIGURA 3.24** (a) Combinaciones en serie de N resistencias. (b) Circuito eléctricamente equivalente.

la tensión y la potencia de la fuente deben ser las mismas antes y después de la sustitución.

Primero se aplica la LVK:

$$v_s = v_1 + v_2 + \cdots + v_N$$

y después la ley de Ohm:

$$v_s = R_1 i + R_2 i + \cdots + R_N i = (R_1 + R_2 + \cdots + R_N) i$$

Compare ahora este resultado con la ecuación simple aplicándola al circuito equivalente de la figura 3.24b:

$$v_s = R_{\text{eq}} i$$

Así, el valor de la resistencia equivalente de N resistencias en serie está dado por

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N \quad [8]$$

En consecuencia, se puede sustituir una red de dos terminales compuesta por N resistencias en serie, por un solo elemento de dos terminales R_{eq} que tengan la misma relación v - i .

Debe subrayarse de nuevo que tal vez interese la corriente, la tensión o la potencia de uno de los elementos originales. Por ejemplo, la tensión de una fuente de tensión dependiente quizá dependa de la tensión en R_3 . Después de que R_3 se combina con varias resistencias en serie para formar una resistencia equivalente, éste desaparece y su tensión no puede determinarse hasta que R_3 se identifique al separarlo de la combinación. En ese caso, sería mejor continuar adelante y no hacer que al principio R_3 forme parte de la combinación.

Otra sugerencia: la inspección de la ecuación de la LVK para un circuito en serie muestra que no hay diferencia en el orden en el que se ubiquen los elementos.



EJEMPLO 3.11

Utilizar las combinaciones de resistencia y fuente para determinar la corriente i de la figura 3.25a, así como la potencia que entrega la fuente de 80 V.

Primero se intercambian las posiciones de los elementos del circuito, para lo cual se debe tener cuidado de preservar el sentido apropiado de las fuentes, como se ilustra en la figura 3.25b. El siguiente paso consiste en combinar las tres fuentes de tensión en una fuente equivalente de 90 V, y las cuatro resistencias en una resistencia equivalente de 30Ω como en la figura 3.25c. De tal modo, en lugar de escribir:

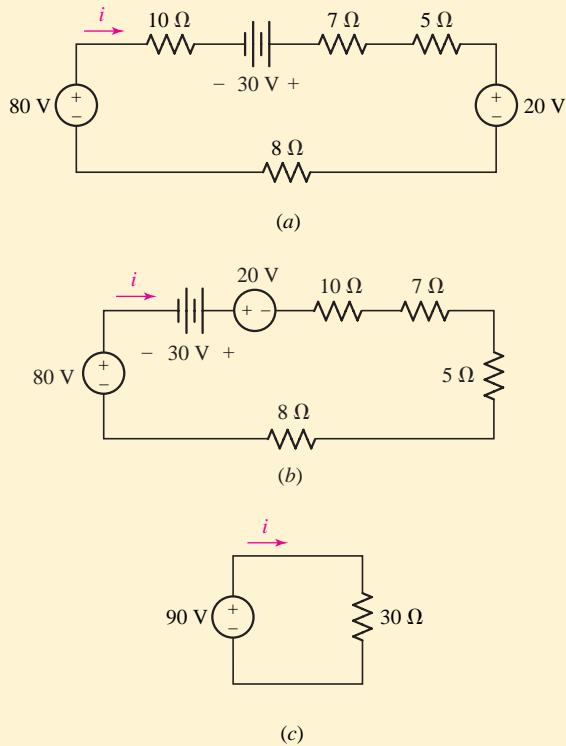
$$-80 + 10i - 30 + 7i + 5i + 20 + 8i = 0$$

simplemente se tiene

$$-90 + 30i = 0$$

y de esa manera se determina que:

$$i = 3 \text{ A}$$



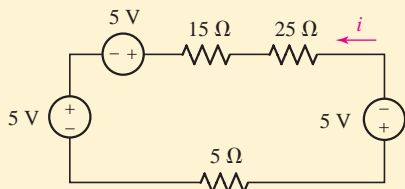
■ **FIGURA 3.25** (a) Circuito en serie con varias fuentes y resistencias.
 (b) Los elementos se vuelven a ordenar para lograr una mayor claridad.
 (c) Un equivalente más simple.

Para calcular la potencia que la fuente de 80 V que aparece en el circuito dado entrega al circuito, resulta necesario regresar a la figura 3.25a sabiendo que la corriente es igual a 3 A. En ese caso, la potencia deseada es $80 \text{ V} \times 3 \text{ A} = 240 \text{ W}$.

Es interesante advertir que ningún elemento del circuito original queda en el circuito equivalente.

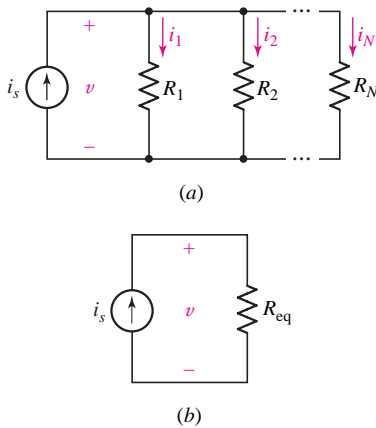
PRÁCTICA

3.10 Determinar i en el circuito de la figura 3.26.



■ **FIGURA 3.26**

Respuesta: -333 mA .



■ FIGURA 3.27 (a) Circuito con N resistencias en paralelo. (b) Circuito equivalente.

Se aplican simplificaciones similares a circuitos en paralelo. Un circuito que contiene N resistencias en paralelo, como el de la figura 3.27a, conduce por medio de la ecuación de la ley de Kirchoff de corriente a lo siguiente

$$i_s = i_1 + i_2 + \cdots + i_N$$

o

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \cdots + \frac{v}{R_N} \\ &= \frac{v}{R_{\text{eq}}} \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N} \quad [9]$$

que puede escribirse como,

$$R_{\text{eq}}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + \cdots + R_N^{-1}$$

o en términos de conductancias como,

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N$$

El circuito simplificado (equivalente) se ilustra en la figura 3.27b.

Una combinación en paralelo se indica de manera rutinaria siguiendo la notación abreviada:

$$R_{\text{eq}} = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$$

El caso especial de sólo dos resistencias en paralelo se encuentra con bastante frecuencia, y está dado por:

$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= R_1 \parallel R_2 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \end{aligned}$$

O, más simplemente:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad [10]$$



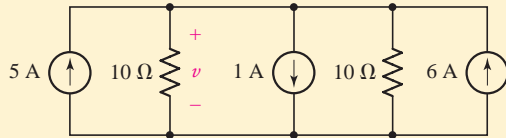
Vale la pena memorizar la última forma, si bien es un error común intentar generalizar la ecuación [10] para más de dos resistencias; por ejemplo:

$$R_{\text{eq}} \not\approx \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Una rápida revisión de las unidades de esta ecuación muestra de inmediato que no es posible que la expresión sea correcta.

PRÁCTICA

3.11 Determinar v en el circuito de la figura 3.28 combinando primero las tres fuentes de corriente y después las dos resistencias de $10\ \Omega$.

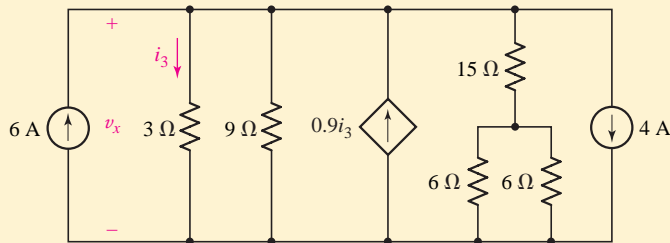


■ FIGURA 3.28

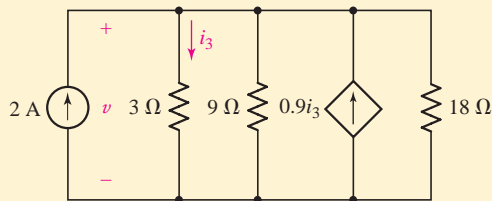
Respuesta: 50 V.

EJEMPLO 3.12

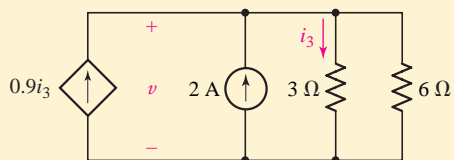
Calcular la potencia y la tensión de la fuente dependiente de la figura 3.29a.



(a)



(b)



(c)

■ FIGURA 3.29 (a) Circuito multinodal. (b) Las dos fuentes de corriente independientes se combinan en una fuente de 2 A, y la resistencia de $15\ \Omega$ en serie con las dos resistencias de $6\ \Omega$ en paralelo se sustituyen por una sola resistencia de $18\ \Omega$. (c) Circuito equivalente simplificado.

Es necesario simplificar el circuito antes de analizarlo, pero se debe tener cuidado de no incluir la fuente dependiente puesto que sus características de tensión y de potencia son de interés.

(Continúa en la página siguiente)

A pesar de no estar dibujadas juntas, las dos fuentes de corriente independientes están, en realidad, en paralelo, por lo que se las reemplaza por una fuente de 2 A.

Las dos resistencias de $6\ \Omega$ están en paralelo y pueden reemplazarse con una resistencia de $3\ \Omega$ en serie con la de $15\ \Omega$. Por lo tanto, las dos resistencias de $6\ \Omega$ y la de $15\ \Omega$ se reemplazan por una de $18\ \Omega$ (figura 3.29b).

Sin importar qué tan tentador sea, *no se deben combinar las tres resistencias sobrantes*: la variable de control i_3 depende de la resistencia de $3\ \Omega$ por lo que esa resistencia debe quedar intacta. La única simplificación adicional, entonces, es $9\ \Omega \parallel 18\ \Omega = 6\ \Omega$, como se muestra en la figura 3.29c.

Al aplicar la LCK en el nodo superior de la figura 3.29c, se tiene

$$-0.9i_3 - 2 + i_3 + \frac{v}{6} = 0$$

Empleando la ley de Ohm:

$$v = 3i_3$$

lo que permite calcular

$$i_3 = \frac{10}{3}\ \text{A}$$

De esta forma, la tensión en la fuente dependiente (que es la misma que la tensión en la resistencia de $3\ \Omega$) está dada por:

$$v = 3i_3 = 10\ \text{V}$$

Entonces, la fuente dependiente suministra $v \times 0.9i_3 = 10(0.9)(10/3) = 30\ \text{W}$ al resto del circuito.

Ahora bien: si se pide la potencia disipada en la resistencia de $15\ \Omega$ se debe volver al circuito original. Tal resistencia se encuentra en serie con una resistencia equivalente de $3\ \Omega$ existe una tensión de $10\ \text{V}$ en el total de $18\ \Omega$ en consecuencia, circula una corriente de $5/9\ \text{A}$ por la resistencia de $15\ \Omega$ y la potencia absorbida por el elemento corresponde a $(5/9)^2(15)$ o $4.63\ \text{W}$.

PRÁCTICA

3.12 En el circuito de la figura 3.30, encontrar la tensión v .

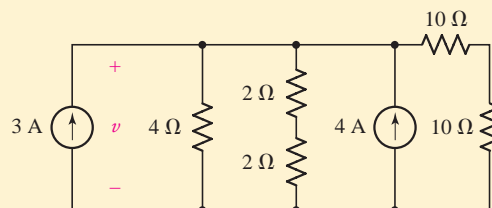
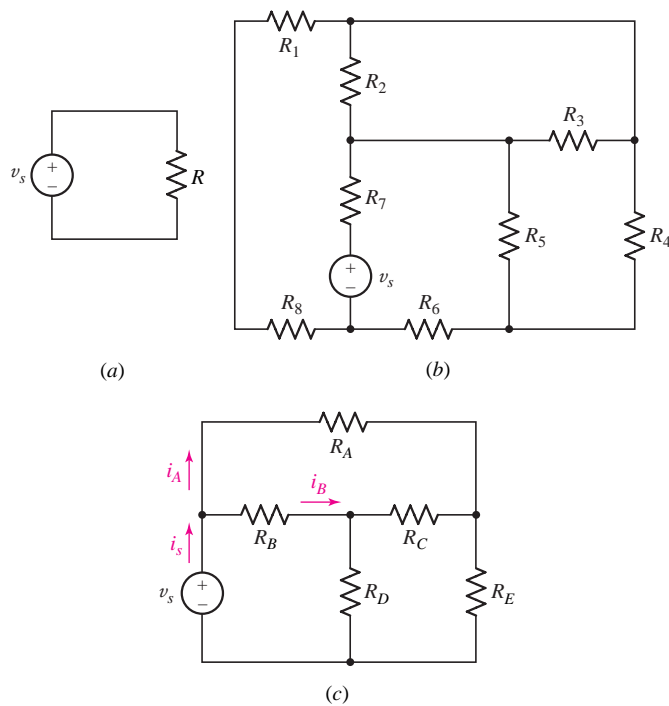


FIGURA 3.30

Respuesta: 12.73 V.



■ **FIGURA 3.31** Estos dos elementos de circuito están en serie y en paralelo. (b) R_2 y R_3 están en paralelo, y R_1 y R_8 se encuentran en serie. (c) No hay elementos de circuito en serie o en paralelo entre sí.

Tres comentarios finales sobre las combinaciones en serie y en paralelo podrían ser de utilidad. El primero se refiere a la figura 3.31a y se debe preguntar: “¿Están v_s y R en serie o en paralelo?” La respuesta es “en las dos condiciones”. Los dos elementos conducen la misma corriente y, por lo tanto, están en serie; están sujetos también a la misma tensión y, en consecuencia, se encuentran en paralelo.

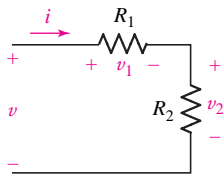
El segundo comentario es una alerta. Tal vez los estudiantes sin experiencia o instructores maliciosos dibujen los circuitos de manera que resulte difícil distinguir combinaciones en serie o en paralelo. En la figura 3.31b, por ejemplo, las únicas dos resistencias en paralelo son R_2 y R_3 , en tanto que las únicas dos en serie son R_1 y R_8 .

El último comentario es que un elemento de circuito simple no necesita estar en serie o en paralelo con otro elemento de circuito simple de un circuito. Por ejemplo, R_4 y R_5 en la figura 3.31b no están en serie o en paralelo con otro elemento de circuito simple, y no hay elementos de circuito simples en la figura 3.31c que estén en serie o en paralelo con cualquier otro elemento de circuito simple. En otras palabras, no se puede simplificar más el circuito utilizando cualquiera de las técnicas analizadas en este capítulo.



3.8 DIVISIÓN DE TENSIÓN Y DE CORRIENTE

Al combinar resistencias y fuentes, se encuentra un método para simplificar el análisis en un circuito. Otro camino útil consiste en la aplicación de las ideas de división de tensión y de corriente. La división de tensión se usa para expresar la tensión en una o varias resistencias en serie, en términos de la tensión de la



■ FIGURA 3.32 Ilustración de la división de tensión.

combinación. En la figura 3.32, la tensión en R_2 se determina por medio de la LVK y de la ley de Ohm:

$$v = v_1 + v_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

de modo que,

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

En consecuencia:

$$v_2 = iR_2 = \left(\frac{v}{R_1 + R_2} \right) R_2$$

o

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

y la tensión en R_1 es, de modo similar:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$

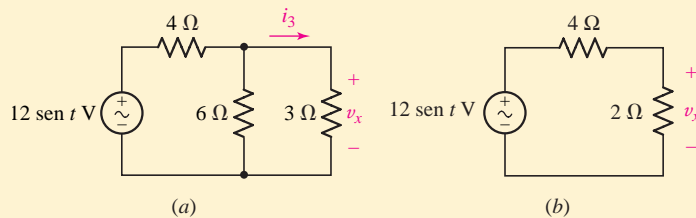
Si se generaliza la red de la figura 3.32 mediante la eliminación de R_2 y se la sustituye por la combinación en serie R_2, R_3, \dots, R_N , entonces se tiene el resultado general de la división de tensión en una cadena de N resistencias en serie,

$$v_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} v \quad [11]$$

lo cual nos permite calcular la tensión v_k que aparece entre los extremos de una resistencia arbitraria R_k de la serie.

EJEMPLO 3.13

Determinar v_x del circuito de la figura 3.33a.



■ FIGURA 3.33 Ejemplo numérico que ilustra la combinación de resistencia y división de tensión. (a) Circuito original. (b) Circuito simplificado.

Primero se deben combinar las resistencias de 6 y 3 Ω y sustituir las por $(6)(3)/(6 + 3) = 2 \Omega$.

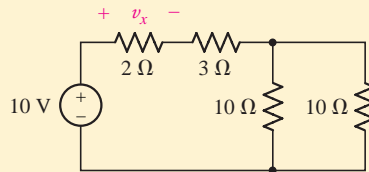
Debido a que v_x aparece en los extremos de la combinación en paralelo, la simplificación no ha perdido esta cantidad. Sin embargo, una simplificación adicional del circuito al sustituir la combinación en serie de la resistencia de 4 Ω por una nueva resistencia de 2 Ω produciría dicha situación.

En consecuencia, sólo se debe aplicar la división de tensión al circuito de la figura 3.33b:

$$v_x = (12 \text{ sen } t) \frac{2}{4 + 2} = 4 \text{ sen } t \quad \text{volts}$$

PRÁCTICA

3.13 Recurrir a la división de tensión para determinar v_x en el circuito de la figura 3.34.



■ FIGURA 3.34

Respuesta: 2 V.

El complemento² de la división de tensión es la división de corriente. En este caso se tiene una corriente total que se alimenta a varias resistencias en paralelo, como en el circuito de la figura 3.35.

La corriente que fluye por R_2 es

$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{i(R_1 \parallel R_2)}{R_2} = \frac{i}{R_2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

o

$$i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad [12]$$

y de manera similar,

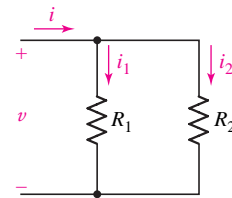
$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad [13]$$

La naturaleza no nos sonríe en este caso, ya que estas dos últimas ecuaciones tienen un factor que difiere sutilmente del utilizado con la división de tensión, y se requerirá cierto esfuerzo para evitar errores. Muchos estudiantes consideran la expresión de la división de tensión como “evidente” y la correspondiente a la división de corriente como “diferente”. Ayuda a reconocer que la más grande de las dos resistencias en paralelo conduce siempre la corriente más pequeña.

Para combinar en paralelo N resistencias, la corriente que circula por la resistencia R_k es

$$i_k = i \frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}} \quad [14]$$

(2) El principio de dualidad se encuentra a menudo en ingeniería. El tema, en forma breve, se considera en el capítulo 7 cuando se comparan bobinas y capacitores



■ FIGURA 3.35 Ilustración de la división de corriente.

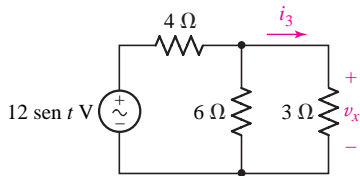


Escrito en términos de conductancias:

$$i_k = i \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \cdots + G_N}$$

lo que se asemeja en gran medida a la ecuación [11] de la división de tensión.

EJEMPLO 3.14



■ **FIGURA 3.36** Circuito utilizado como un ejemplo de división de corriente. La línea ondulada en el símbolo de la fuente de tensión indica su variación senoidal con el tiempo.

Escribir la expresión de la corriente que pasa por la resistencia de 3Ω en el circuito de la figura 3.36.

La corriente total que fluye en la combinación de 3 y 6Ω se calcula mediante:

$$i(t) = \frac{12 \text{ sen } t}{4 + 3 \parallel 6} = \frac{12 \text{ sen } t}{4 + 2} = 2 \text{ sen } t \quad \text{A}$$

y por lo tanto la corriente deseada está dada por la división de corriente:

$$i_3(t) = (2 \text{ sen } t) \left(\frac{6}{6 + 3} \right) = \frac{4}{3} \text{ sen } t \quad \text{A}$$

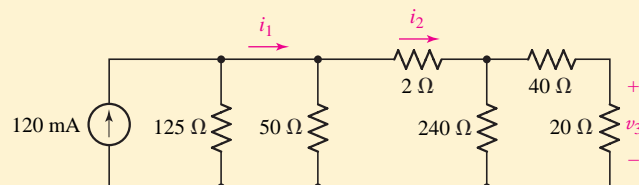
Desafortunadamente, la división de corriente se aplica algunas veces cuando no es aplicable. Como ejemplo, considere otra vez el circuito de la figura 3.31c, en cuyo caso ya se ha acordado que no contiene elementos de circuito que estén en serie o en paralelo. Sin resistencias en paralelo, no hay forma de que pueda aplicarse la división de corriente. Aun así, hay muchos estudiantes que dan un rápido vistazo a las resistencias R_A y R_B y tratan de aplicar la división de corriente, escribiendo una ecuación incorrecta, como

$$i_A \neq i_S \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

Recuerde que, *las resistencias en paralelo deben ser ramas entre el mismo par de nodos.*

PRÁCTICA

3.14 En el circuito de la figura 3.37, utilizar los métodos de combinación de resistencias y de división de corriente para determinar i_1 , i_2 y v_3 .



■ **FIGURA 3.37**

Respuesta: 100 mA; 50 mA; 0.8 V.

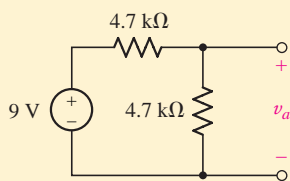
APLICACIÓN PRÁCTICA

La conexión a tierra difiere de la tierra geológica

Hasta ahora, se han dibujado esquemas de circuito de una manera similar al de la figura 3.38, donde las tensiones se definen entre dos terminales marcadas con toda claridad. Se tuvo especial cuidado en subrayar el hecho de que la tensión no puede definirse en un solo punto: es por definición la *diferencia* de potencial entre *dos puntos*. Sin embargo, muchos esquemas utilizan la convención de considerar a la tierra como la definición de cero volts, de modo que todas las demás tensiones se refieren de manera implícita a este potencial. A menudo el concepto se conoce como **conexión a tierra**, y está vinculado de manera fundamental con los reglamentos de seguridad diseñados para evitar incendios, choques eléctricos fatales y lo relacionado con el caos. El símbolo de la conexión a tierra se muestra en la figura 3.39a.

Debido a que la conexión a tierra se define como cero volts, a menudo resulta conveniente emplearla como una terminal común en los esquemas de circuito. El circuito de la figura 3.38 se presenta dibujado otra vez de esta manera en la figura 3.40, donde el símbolo de conexión a tierra representa un nodo común. Resulta importante advertir que dos circuitos son equivalentes en términos de nuestro valor v_a (4.5 V en cualquier caso), aunque ya no son totalmente iguales. Se afirma que el circuito de la figura 3.38 “flota”, pues para todos los propósitos prácticos podría instalarse sobre un tablero de circuito de un satélite en una órbita geosíncrona (o en su camino hacia Plutón). Sin embargo, el circuito de la figura 3.40 está conectado físicamente de algún modo a la tierra por medio de una trayectoria conductora. Por esta razón, existen otros dos símbolos que se usan en ocasiones para denotar una terminal común. La figura 3.39b muestra lo que suele conocerse como **tierra de la señal**; tal vez haya (y a menudo hay) una gran tensión entre la conexión a tierra y cualquier terminal conectada a la tierra de la señal.

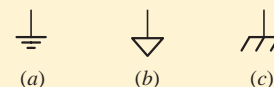
El hecho de que la terminal común de un circuito pueda o no conectarse mediante alguna trayectoria de baja resistencia a la tierra, propicia situaciones potencialmente peligrosas. Considere el diagrama de la figura 3.41a, que describe a un inocente espectador a punto de tocar una pieza de equipo energizado por una toma de



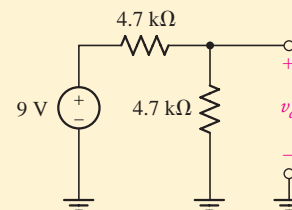
■ **FIGURA 3.38** Circuito simple con una tensión v_a definida entre dos terminales.

corriente de ca. Sólo se han utilizado dos terminales del contacto de la pared; la terminal redonda de conexión a tierra del enchufe no se ha conectado. La terminal común de cualquier circuito del equipo se ha unido y conectado eléctricamente con el chasis conductor del equipo; a menudo, esta terminal se denota mediante el símbolo de la conexión a **tierra de chasis** de la figura 3.39c. Desafortunadamente, existe una falla en el cableado, debido a una fabricación pobre o quizá sólo al desgaste y a la prisa. De cualquier forma, el chasis no está “aterrizado”, por lo que se presenta una gran resistencia entre la conexión al chasis y la conexión a tierra. En la figura 3.41b se exhibe un pseudo-esquema (se tomaron ciertas libertades con el símbolo de la resistencia equivalente de la persona) de la situación. En realidad, la trayectoria eléctrica entre el chasis conductor y la tierra puede ser la mesa, la cual puede representar una resistencia de cientos de megohms o más. Sin embargo, la resistencia de una persona es muchos órdenes menos de magnitud. Una vez que la persona toca el equipo para ver por qué no está trabajando correctamente... bien, sólo se señala que no todas las historias tienen un final feliz.

El hecho de que la “tierra” no siempre sea “la conexión a tierra” puede provocar una amplia gama de problemas de seguridad y de ruido eléctrico. De vez en cuando se encuentra un ejemplo en los edificios viejos, donde la plomería consistía al principio en cobre conductor de electricidad. En este tipo de edificios, cualquier tubería de agua se consideró a menudo como una trayectoria de baja resistencia hacia la tierra, y por lo tanto se usó en muchas conexiones eléctricas. Sin embargo, cuando las



■ **FIGURA 3.39** Tres símbolos diferentes utilizados para representar una conexión a tierra o terminal común: (a) tierra; (b) tierra de señal; (c) tierra de chasis.



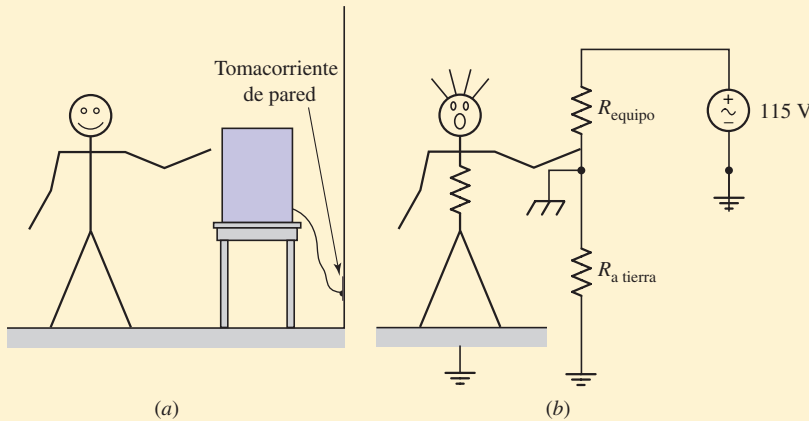
■ **FIGURA 3.40** El circuito de la figura 3.38 se volvió a dibujar utilizando el símbolo de la conexión a tierra. El símbolo de conexión a tierra de la derecha es redundante; sólo se requiere marcar la terminal positiva de v_a ; por lo tanto, la referencia negativa es implícitamente la conexión a tierra, o cero volts.

(Continúa en la siguiente página)

tuberías corroídas se sustituyeron por material de PVC no conductor y de costo conveniente, ya no existe la trayectoria de baja resistencia hacia la tierra. Se presenta un problema similar cuando la composición de la tierra varía de modo considerable en una región particular. En tales situaciones, es posible tener en realidad dos edifi-

cios separados en los que las dos “conexiones a tierra” no son iguales, y como consecuencia, fluya corriente.

Dentro de este texto, se usará exclusivamente el símbolo de conexión a tierra. Sin embargo, vale la pena recordar que, en la práctica, no todas las conexiones a tierra son iguales.



■ **FIGURA 3.41** (a) Bosquejo de una persona desprevenida a punto de tocar una parte de equipo conectada a tierra de manera inadecuada. No va a serle agradable el resultado. (b) Diagrama de un circuito equivalente para la situación que está a punto de desencadenarse; la persona se representó con una resistencia equivalente, como la que tiene el equipo. Se utilizó una resistencia para representar la trayectoria no humana hacia tierra.

RESUMEN Y REPASO

- La ley de corriente de Kirchhoff (LCK) establece que la suma algebraica de las corrientes que entran a cualquier nodo es nula.
- La ley de tensión de Kirchhoff (LVK) enuncia que la suma algebraica de las tensiones alrededor de cualquier trayectoria cerrada en un circuito es nula.
- Se dice que todos los elementos de un circuito que conducen la misma corriente están conectados en serie.
- Se dice que los elementos de un circuito que tienen una tensión común entre sus terminales están conectados en paralelo.
- Una combinación en serie de N resistencias se sustituye por una sola que tiene un valor $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$.
- Una combinación en paralelo de N resistencias se sustituye por una sola resistencia que tiene el valor

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

- Se pueden sustituir fuentes de tensión en serie por una sola fuente, siempre que se tenga cuidado de notar la polaridad individual de cada fuente.
- Es posible sustituir las fuentes de corriente en paralelo por una sola fuente, pero hay que tener cuidado de la dirección de cada flecha de corriente.

- La división de tensión permite calcular la fracción de la tensión total en los extremos de una cadena de resistencias en serie que se reduce entre los extremos de cualquier resistencia (o grupo de resistencias).
- La división de corriente permite calcular la fracción de la corriente total en una cadena en paralelo de resistencias que fluye a través de cualquiera de ellas.

LECTURAS ADICIONALES

Se puede encontrar un análisis de los principios de conservación de la energía y conservación de la carga, así como las leyes de Kirchhoff en

R. Feynman, R.B. Leighton y M. L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989, pp. 4-1, 4-7 y 25-9.

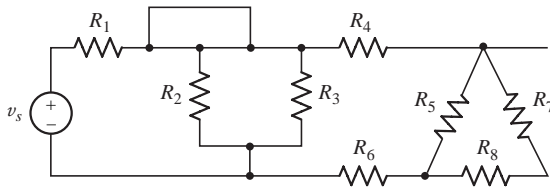
Un estudio muy profundo acerca de las prácticas de instalación de sistemas de tierras coherentes con el National Electrical Code de 1996 se puede encontrar en

J.F. McPartland y B.J. McPartland, *McGraw-Hill's National Electrical Code Handbook*, 22a. edición, Nueva York: McGraw-Hill, 1996, pp. 337-485.

EJERCICIOS

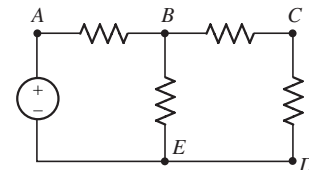
3.1 Nodos, trayectorias, lazos y ramas

1. Volver a dibujar el circuito de la figura 3.42, pero en esta ocasión consolidar los nodos en el mínimo número posible.

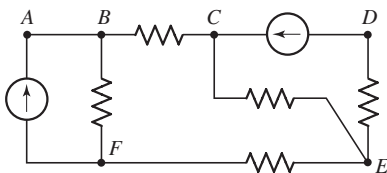


■ FIGURA 3.42

2. En el circuito de la figura 3.42, contar el número de (a) nodos; (b) ramas.
3. En la figura 3.43,
 - (a) ¿Cuántos nodos hay?
 - (b) ¿Cuántas ramas hay?
 - (c) Al moverse de A a B a E a D a C a B, ¿se ha formado una trayectoria? ¿Un lazo?
4. En la figura 3.44,
 - (a) ¿Cuál es el número de nodos?
 - (b) ¿Cuántas ramas hay?
 - (c) Al moverse de B a F a E a C, ¿se ha formado una trayectoria? ¿Un lazo?



■ FIGURA 3.43



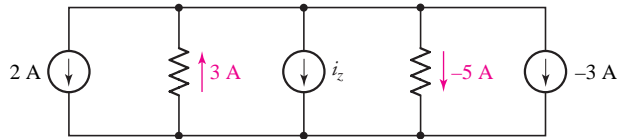
■ FIGURA 3.44

5. Con referencia al circuito que se muestra en la figura 3.43,

- Si un segundo alambre se conecta entre los puntos E y D del circuito, ¿cuántos nodos tiene el nuevo circuito?
- Si se agrega una resistencia al circuito de tal manera que una terminal se conecta al punto C y la otra se deja flotando, ¿cuántos nodos tendrá el circuito nuevo?
- ¿Cuáles de los siguientes representan lazos?
 - Al moverse de A a B a C a D a E a A .
 - Al moverse de B a E a A .
 - Al moverse de B a C a D a E a B .
 - Al moverse de A a B a C .
 - Al moverse de A a B a C a B a A .

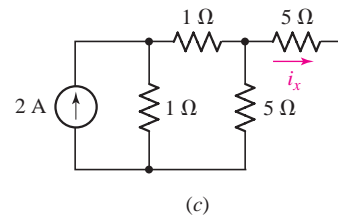
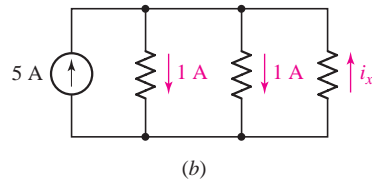
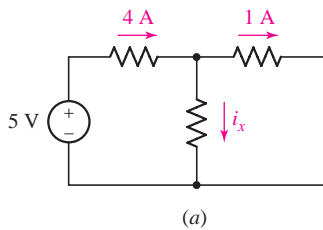
3.2 Ley de Kirchhoff de corriente

6. (a) Determinar la corriente identificada como i_z en el circuito que se muestra en la figura 3.45. (b) Si la resistencia que transporta una corriente de 3 A tiene un valor de $1\ \Omega$, ¿cuál es el valor de la resistencia que transporta -5 A ?



■ FIGURA 3.45

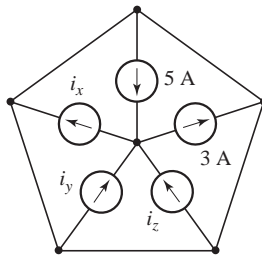
7. Encontrar i_x en cada uno de los circuitos de la figura 3.46.



■ FIGURA 3.46

8. Con referencia en la figura 3.47,

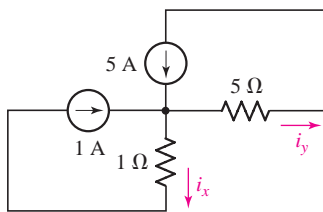
- Encontrar i_x si $i_y = 2\text{ A}$ e $i_z = 0\text{ A}$.
- Calcular i_y si $i_x = 2\text{ A}$ e $i_z = 2\text{ A}$.
- Proporcionar i_z si $i_x = i_y = i_z$.



■ FIGURA 3.47

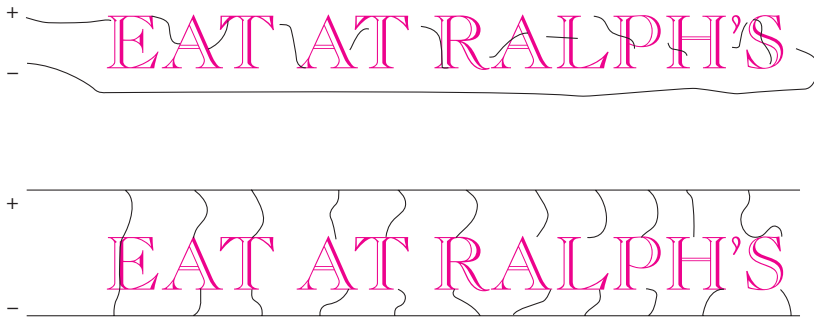
9. Determinar i_x e i_y en el circuito de la figura 3.48.

10. Un foco de 100 W, uno de 60 W y uno de 40 W se conectan en paralelo entre sí a una fuente casera estadounidense estándar de 115 V. Calcular la corriente que circula en cada foco y la corriente total que entrega la fuente de tensión.



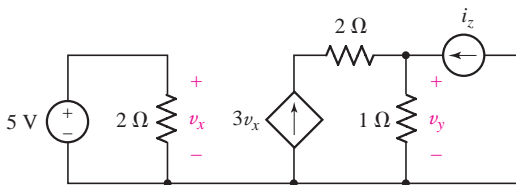
■ FIGURA 3.48

11. Un multímetro digital (DMM) es un dispositivo que, por lo regular, se utiliza para medir tensiones. Cuenta con dos puntas (en general, rojo para la referencia positiva y negro para la negativa) y un display LCD. Suponga que se conecta un DMM al circuito de la figura 3.46b con la punta positiva en el nodo superior y la negativa en el nodo inferior. Con base en la LCK, explicar por qué, idealmente, es deseable que un DMM que se utilizara de esta forma tuviera una resistencia infinita en lugar de resistencia nula.
12. Un restaurante local cuenta con un anuncio de neón construido con 12 focos separados; cuando uno de éstos falla, parece como una resistencia infinita y no puede conducir corriente. Para cablear el anuncio, el fabricante presenta dos opciones (figura 3.49). A partir de lo que se aprendió sobre la LCK, ¿cuál deberá seleccionar el propietario? Explicar su respuesta.



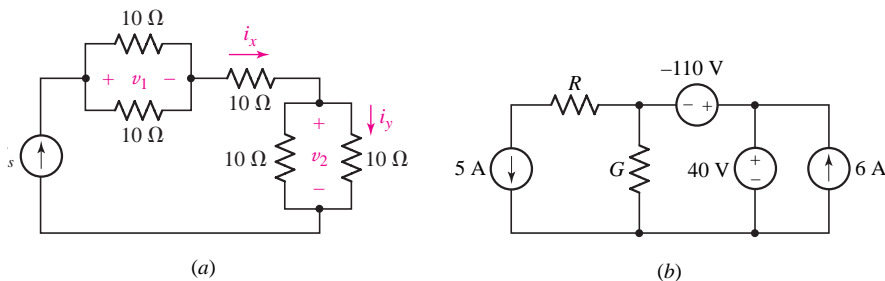
■ FIGURA 3.49

13. En el circuito de la figura 3.50,
- (a) Calcular v_y si $i_z = -3$ A.
- (b) ¿Qué tensión necesitaría sustituir la fuente de 5 V para obtener $v_y = -6$ V si $i_z = 0.5$ A?



■ FIGURA 3.50

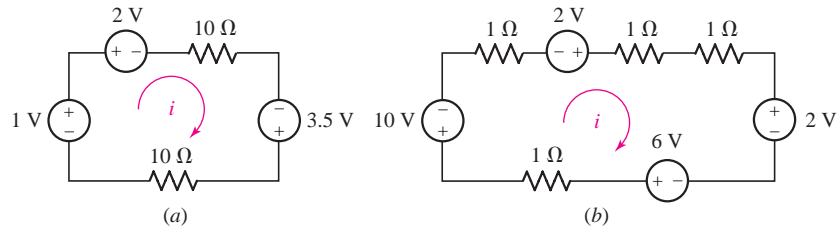
14. Con referencia a la figura 3.51a,
- (a) Si $i_x = 5$ A, determinar v_1 e i_y . (b) Si $v_1 = 3$ V, calcular i_x e i_y .
- (c) ¿Qué valor de i_s haría que $v_1 \neq v_2$?
15. Determinar R y G en el circuito de la figura 3.51b si la fuente de 5 A suministra 100 W, y la de 40 V proporciona 500 W.



■ FIGURA 3.51

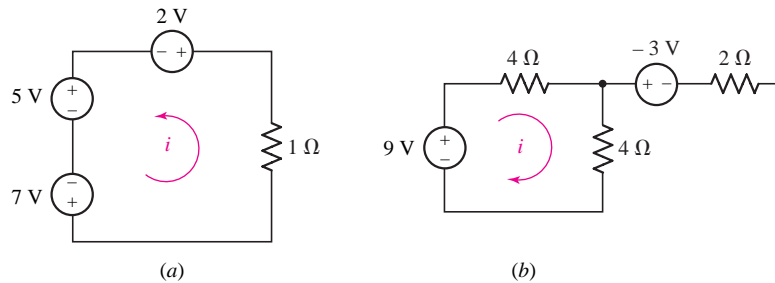
3.3 Ley de tensión de Kirchoff

16. En los circuitos de la figura 3.52a y b, determinar la corriente marcada como i .



■ FIGURA 3.52

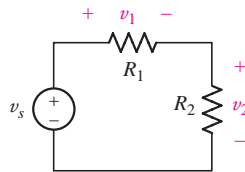
17. Calcular el valor de i en cada circuito de la figura 3.53.



■ FIGURA 3.53

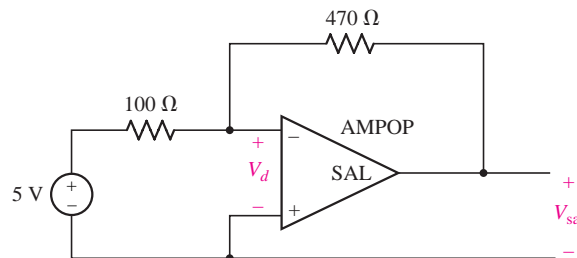
18. Considerar el circuito simple que se muestra en la figura 3.54. Con base en la LKT, deducir las expresiones,

$$v_1 = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{y} \quad v_2 = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



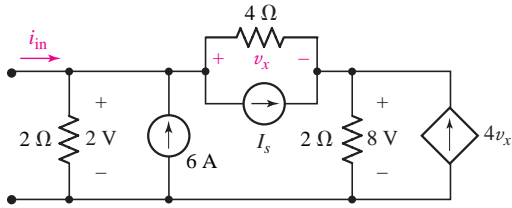
■ FIGURA 3.54

19. El circuito que se presenta en la figura 3.55 muestra un dispositivo conocido como amp op. Este dispositivo tiene dos propiedades particulares en el circuito que se muestra: 1) $V_d = 0$ V, y 2) no puede circular ninguna corriente en cualquier terminal de entrada (marcada con un “-” y un “+” dentro del símbolo), pero sí puede circular a través de terminal de salida (marcada “SAL”). Esta situación aparentemente imposible —en conflicto directo con LCK—es un resultado de canalizaciones de potencia hacia este dispositivo que no están incluidas en el símbolo. Con base en esta información, calcular V_{sal} . (Sugerencia: se requieren dos ecuaciones LVK, que tomen en cuenta la fuente de 5 V.)



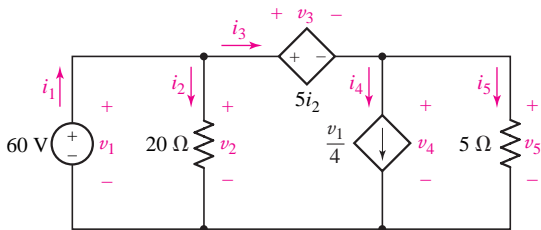
■ FIGURA 3.55

20. Aplicar las leyes de Ohm y de Kirchhoff al circuito de la figura 3.56 para calcular (a) v_x ; (b) i_{in} ; (c) I_s ; (d) la potencia proporcionada por la fuente dependiente.



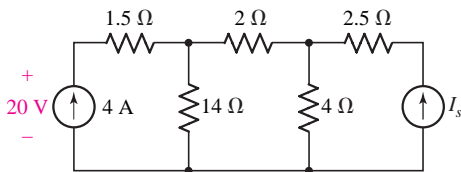
■ FIGURA 3.56

21. (a) Utilizar las leyes de Kirchhoff y Ohm en un procedimiento paso por paso para evaluar todas las corrientes y las tensiones del circuito de la figura 3.57. (b) Calcular la potencia que absorbe cada uno de los cinco elementos del circuito y mostrar que la suma es cero.

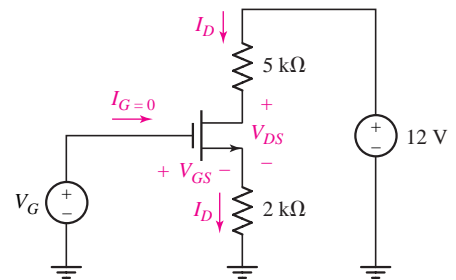


■ FIGURA 3.57

22. Con referencia al circuito de la figura 3.58, determinar la potencia absorbida por cada uno de los siete elementos del circuito.



■ FIGURA 3.58

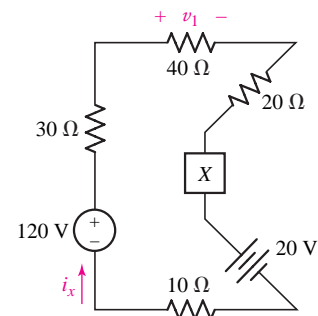


■ FIGURA 3.59

23. Un circuito contiene seis elementos y cuatro nodos, numerados 1, 2, 3 y 4. Cada elemento del circuito se conecta entre un par diferente de nodos. La tensión v_{12} (+ la referencia en el primer nodo nombrado) es igual a 12 V, y $v_{34} = -8$ V. Proporcionar v_{13} , v_{23} y v_{24} si v_{14} es igual a: (a) 0; (b) 6 V; (c) -6 V.
24. Remítirse al circuito transistorizado de la figura 3.59. Tener en mente que aunque no conoce la relación corriente-tensión del dispositivo, éste sigue cumpliendo la LCK y la LVK. (a) Si $I_D = 1.5$ mA, calcular V_{DS} . (b) Si $I_D = 2$ mA y $V_G = 3$ V, calcular V_{GS} .

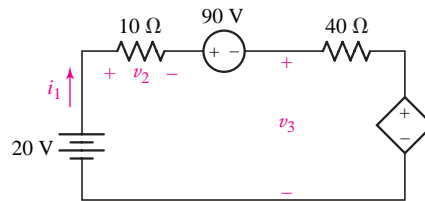
3.4 Circuito de un solo lazo

25. Determinar la potencia que absorbe el elemento X de la figura 3.60, si éste es: (a) una resistencia de 100 Ω; (b) una fuente de tensión independiente de 40 V, referencia + en la parte superior; (c) una fuente de tensión dependiente marcada como $25i_x$, + referencia + en la parte superior; (d) una fuente de tensión dependiente marcada como $0.8v_1$, + referencia + en la parte superior; (e) una fuente de corriente independiente de 2 A, con la flecha dirigida hacia arriba.



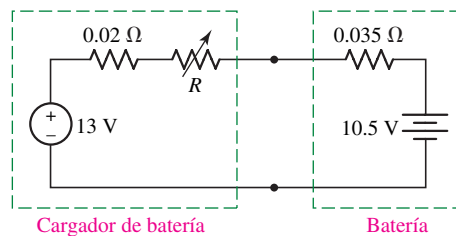
■ FIGURA 3.60

26. Determinar i_1 en el circuito de la figura 3.61, si la fuente de tensión dependiente se marca como: (a) $2v_2$; (b) $1.5v_3$; (c) $-15i_1$.



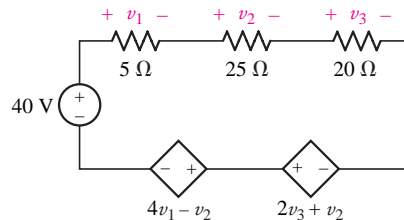
■ FIGURA 3.61

27. Remitirse al circuito de la figura 3.61 y marcar la fuente dependiente $1.8v_3$. Calcular v_3 si (a) la fuente de 90 V genera 180 W; (b) la fuente de 90 V absorbe 180 W; (c) la fuente dependiente genera 100 W; (d) la fuente dependiente absorbe 100 W.
28. Para el cargador de baterías cuyo modelo es el circuito de la figura 3.62, determinar el valor del resistor ajustable R de modo que: (a) circule una corriente de carga de 4 A; (b) se entregue una potencia de 25 W a la batería (0.035Ω y 10.5 V); (c) esté presente una tensión de 11 V en las terminales de la batería (0.035Ω y 10.5 V).

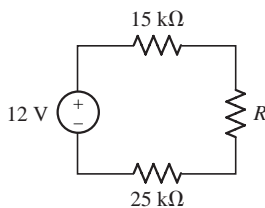


■ FIGURA 3.62

29. El circuito de la figura 3.62 se modifica si se instala una fuente de tensión dependiente en serie con la batería. Ubicar la referencia + en la parte inferior y dejar que el control sea $0.05i$, donde i es la corriente de lazo en el sentido de las manecillas del reloj. Calcular esta corriente y la tensión a nivel terminal de la batería, incluyendo la fuente dependiente, si $R = 0.5 \Omega$.
30. Proporcionar la potencia absorbida por cada uno de los seis elementos del circuito de la figura 3.63 y demostrar que su suma es igual a cero.



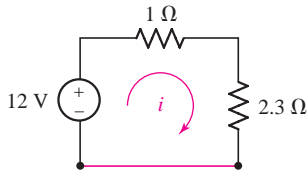
■ FIGURA 3.63



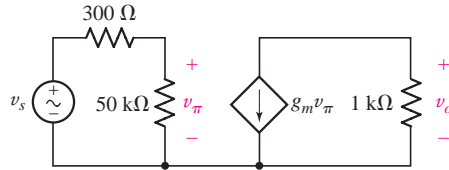
■ FIGURA 3.64

31. En el circuito de la figura 3.64,
- (a) Determine la resistencia R cuando la resistencia de $25 \text{ k}\Omega$ absorbe 2 mW.
- (b) Calcular la resistencia R cuando la fuente de 12 V entrega 3.6 mW al circuito.
- (c) Sustituir la resistencia R por una fuente de tensión, de modo que cualquier resistencia no absorba potencia; dibujar el circuito e indicar la polaridad de tensión de la nueva fuente.

32. Con referencia a la tabla 2.4, si el segmento de alambre que se muestra en gris en el circuito de la figura 3.65 es cobre sólido del número 22 AWG y de 3 000 pies de largo, calcular la corriente i .



■ FIGURA 3.65

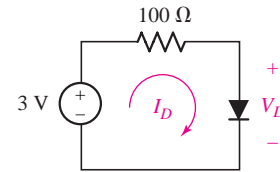


■ FIGURA 3.66

33. Si en la figura 3.66, si $g_m = 25 \times 10^{-3}$ siemens y $v_s = 10 \cos 5t$ mV, determine $v_o(t)$.
34. Las leyes de Kirchhoff se aplican, independientemente de que la ley de Ohm se cumpla para un elemento particular. La característica I - V de un diodo, por ejemplo, está dada por

$$I_D = I_S (e^{V_D/V_T} - 1)$$

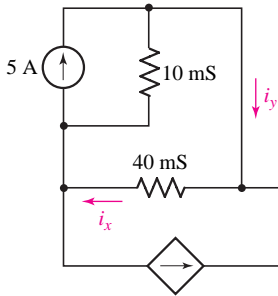
donde $V_T = 27$ mV a temperatura ambiente e I_S puede variar desde 10^{-12} hasta 10^{-3} A. En el circuito de la figura 3.67, utilizar las LVK y LCK para obtener V_D si $I_S = 3 \mu\text{A}$. (Nota: este problema da como resultado una ecuación trascendental que requiere un método interactivo para obtener una solución numérica. La mayor parte de las calculadoras científicas pueden efectuar una función de este tipo.)



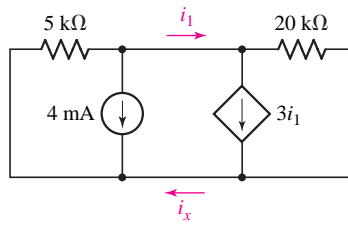
■ FIGURA 3.67

3.5 El circuito de un solo par de nodos

35. Determinar la potencia absorbida por cada elemento del circuito de la figura 3.68, si el control para la fuente dependiente es: (a) $0.8i_x$; (b) $0.8i_y$. En cada caso, demostrar que la suma de las cantidades de potencia absorbida es cero.

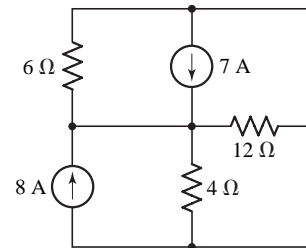


■ FIGURA 3.68

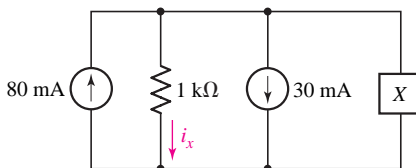


■ FIGURA 3.69

36. Proporcionar i_x del circuito de la figura 3.69.
37. Calcular la potencia absorbida por cada elemento del circuito de un par de nodos de la figura 3.70 y demostrar que la suma es igual a cero.
38. Determinar la potencia que absorbe el elemento X del circuito de la figura 3.71 si es: (a) una resistencia de $4 \text{ k}\Omega$; (b) una fuente de corriente independiente de 20 mA , con flecha de referencia hacia abajo; (c) una fuente de corriente dependiente, con flecha de referencia hacia abajo, marcada como $2i_x$; (d) una fuente de tensión independiente de 60 V , referencia $+$ en la parte superior.

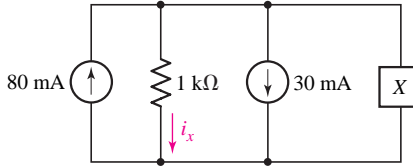


■ FIGURA 3.70



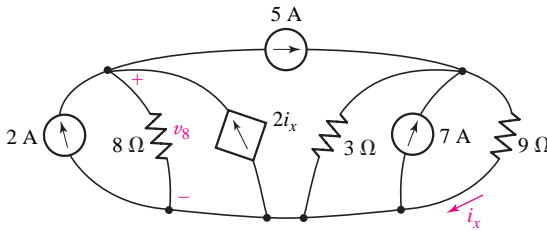
■ FIGURA 3.71

39. (a) Si el elemento X de la figura 3.72 es una fuente de corriente independiente, con la flecha dirigida hacia arriba, marcada como i_s . ¿Cuánto vale i_s si ninguno de los cuatro elementos de circuito absorbe potencia? (b) Sea el elemento X una fuente de tensión independiente, con la referencia $+$ en la parte superior y marcada como v_s . ¿Cuánto vale v_s si la fuente de tensión no absorbe potencia?

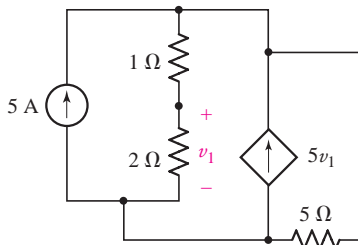


■ FIGURA 3.72

40. (a) Aplicar las técnicas del análisis de un solo par de nodos en el nodo derecho superior de la figura 3.73 y determinar i_x . (b) Trabajar ahora con el nodo izquierdo superior y proporcionar v_8 . (c) ¿Qué cantidad de potencia genera la fuente de 5 A?

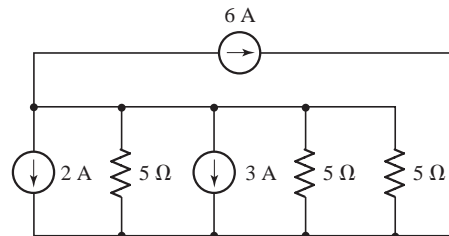


■ FIGURA 3.73



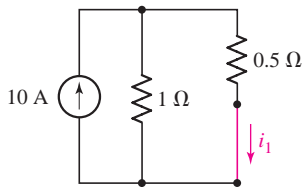
■ FIGURA 3.74

41. Encontrar la potencia que absorbe la resistencia de 5Ω en la figura 3.74.
42. Calcular la potencia que suministra cada fuente indicada en la figura 3.75, y demostrar que su suma es igual a cero.

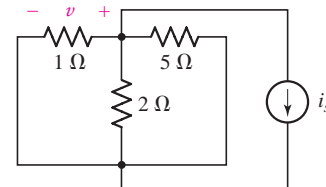


■ FIGURA 3.75

43. Con referencia a la tabla 2.4, ¿cuántas millas de alambre de cobre sólido número 28 AWG se requieren para que con el segmento de alambre de la figura 3.76, se obtenga $i_1 = 5$ A?



■ FIGURA 3.76

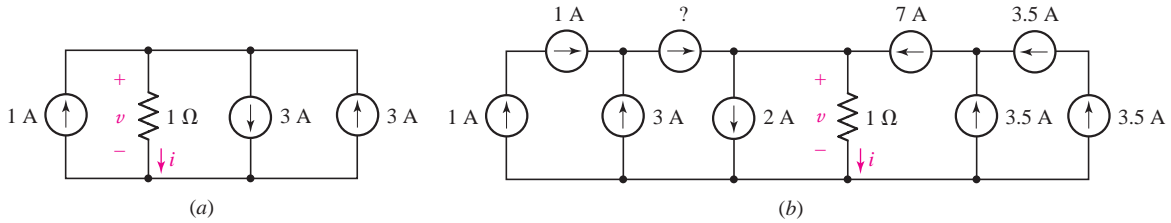


■ FIGURA 3.77

44. En el circuito de la figura 3.77, si $v = 6$ V, determinar i_s .

3.6 Fuentes independientes conectadas en serie y en paralelo

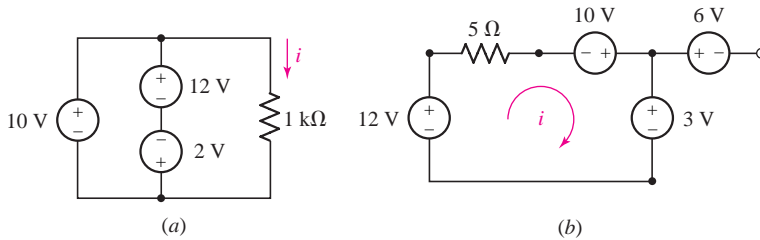
45. Mediante combinaciones de fuentes en serie, calcular i de los dos circuitos de la figura 3.78.



■ FIGURA 3.78

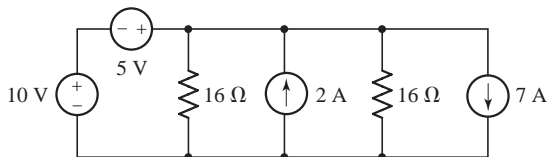
46. Calcular v de cada uno de los circuitos de la figura 3.78 combinando primero las fuentes.

47. Calcular la corriente denominada i de cada uno de los circuitos de la figura 3.79.



■ FIGURA 3.79

48. Calcular la potencia absorbida por cada uno de los elementos del circuito que se muestra en la figura 3.80 y verificar que su suma sea igual a cero.



■ FIGURA 3.80

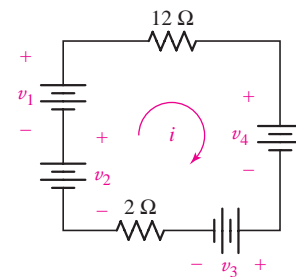
49. En el circuito de la figura 3.81, calcular i si:

(a) $v_1 = v_2 = 10$ V y $v_3 = v_4 = 6$ V.

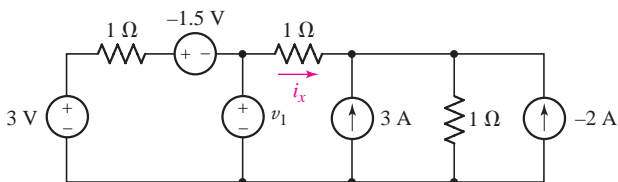
(b) $v_1 = v_3 = 3$ V y $v_2 = v_4 = 2.5$ V.

(c) $v_1 = -3$ V, $v_2 = 1.5$ V, $v_3 = -0.5$ V, y $v_4 = 0$ V.

50. En el circuito de la figura 3.82, elegir v_1 para obtener una corriente i_x de 2 A.

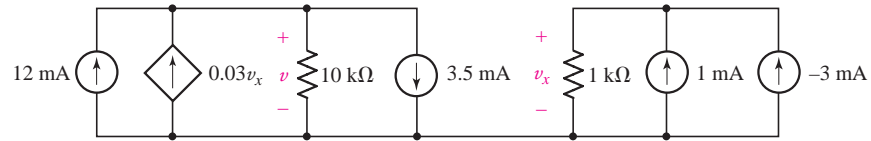


■ FIGURA 3.81



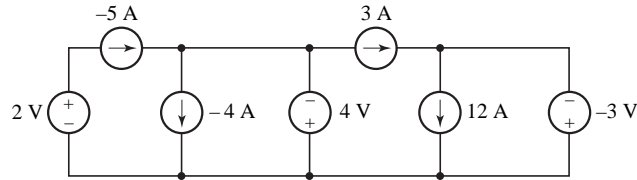
■ FIGURA 3.82

51. Determinar la tensión v en el circuito de la figura 3.83.



■ FIGURA 3.83

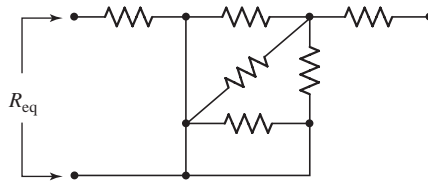
52. El circuito de la figura 3.84 contiene varios ejemplos de fuentes de corriente y de tensión independientes conectadas en serie y en paralelo. *a)* Determinar la potencia que absorbe cada fuente. *b)* ¿A qué valor debe cambiarse la fuente de 4 V para reducir la potencia que suministra la fuente de -5 A a cero?



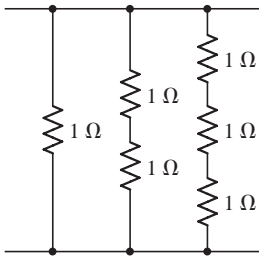
■ FIGURA 3.84

3.7 Resistencias en serie y en paralelo

53. Calcular la resistencia equivalente como se indica en la figura 3.85, si cada resistencia es de 1 k Ω .



■ FIGURA 3.85



■ FIGURA 3.86

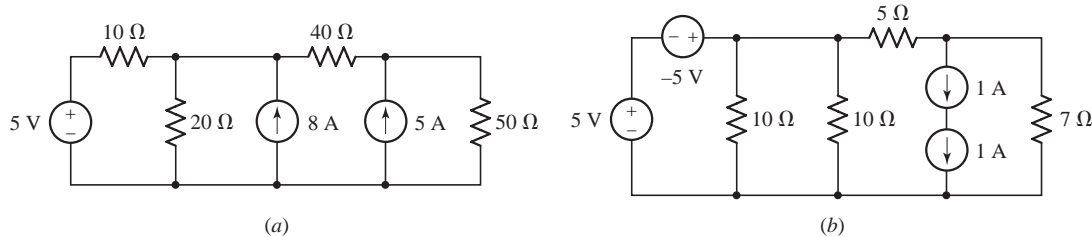
54. En el circuito de la figura 3.86,

- Calcular la resistencia equivalente.
- Obtener la expresión de la resistencia equivalente si el circuito se extiende utilizando N ramas, y cada una de ellas tiene una resistencia más que la rama de su izquierda.

55. Dadas tres resistencias de 10 k Ω , tres de 47 k Ω y tres de 1 k Ω proporcionar una combinación (no es necesario utilizar todas las resistencias) que produzca:

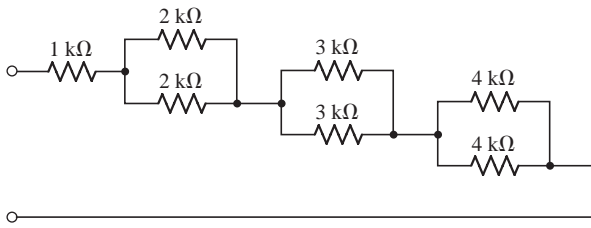
- 5 k Ω
- $57\,333$ Ω
- 29.5 k Ω

56. Simplificar las redes de la figura 3.87 con combinaciones de resistencias y fuentes.



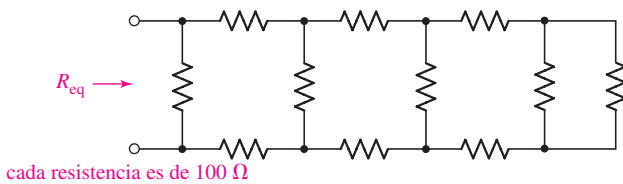
■ FIGURA 3.87

57. Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura 3.88.

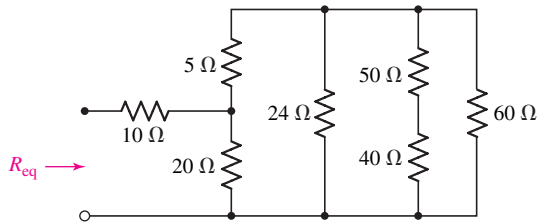


■ FIGURA 3.88

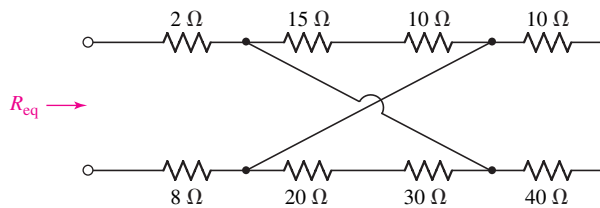
58. Determinar R_{eq} de cada una de las redes resistivas que se muestran en la figura 3.89.



(a)



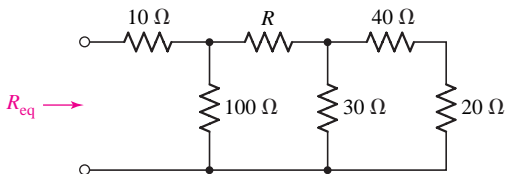
(b)



(c)

■ FIGURA 3.89

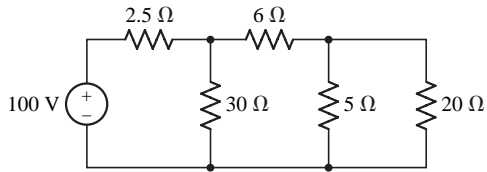
59. En la red que se presenta en la figura 3.90: (a) si $R = 80 \Omega$ calcular R_{eq} ; (b) determine R si $R_{eq} = 80 \Omega$; (c) proporcionar R si $R = R_{eq}$.



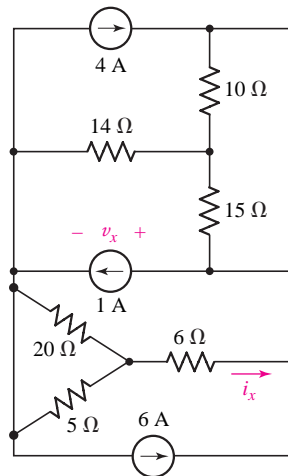
■ FIGURA 3.90

60. Mostrar cómo combinar cuatro resistencias de 100Ω para obtener una resistencia equivalente de (a) 25Ω ; (b) 60Ω ; (c) 40Ω .

61. Determinar la potencia absorbida por cada una de las resistencias del circuito de la figura 3.91.
62. Utilizar las técnicas de combinación de fuentes y resistencias como una ayuda para obtener v_x e i_x en los circuitos de la figura 3.92.

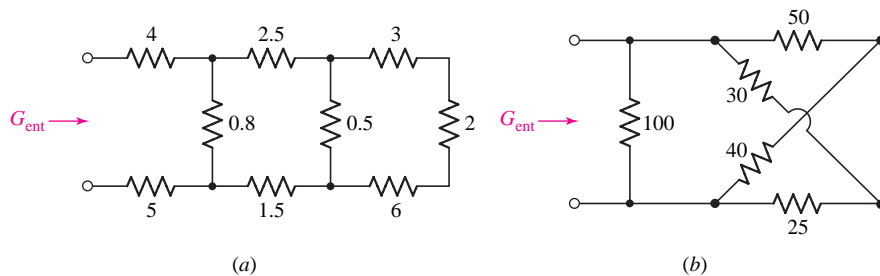


■ FIGURA 3.91



■ FIGURA 3.92

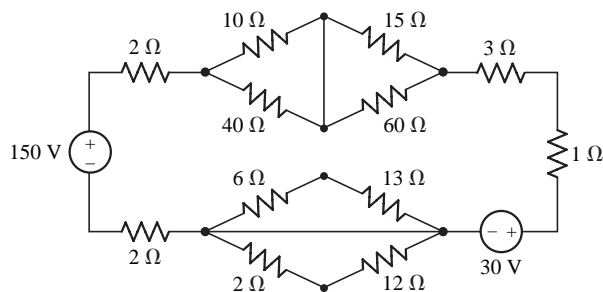
63. Determinar G_{ent} de cada una de las redes de la figura 3.93. Todos los valores se dan en milisiemens.



■ FIGURA 3.93

3.8 División de tensión y de corriente

64. Recurrir a las combinaciones de resistencias y de fuentes, así como a la división de corriente, en el circuito de la figura 3.94, para conocer la potencia que absorben las resistencias de 1 Ω, 10 Ω y 13 Ω.



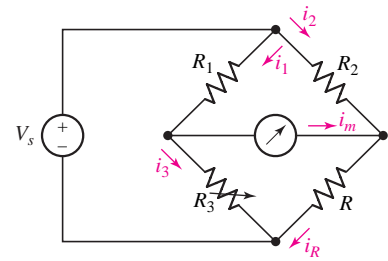
■ FIGURA 3.94

65. El *punte de Wheatstone* (figura 3.95) es uno de los circuitos eléctricos más famosos y es utilizado en la medición de resistencias. A menudo, a la resistencia con una flecha que cruza su símbolo (R_3) que es una resistencia variable, se le conoce como potenciómetro; su valor puede modificarse simplemente haciendo girar un botón. El amperímetro, simbolizado por un círculo con una flecha en diagonal en el centro, mide la corriente que circula a través del alambre central. Se supone que este amperímetro es ideal, así que tiene una resistencia interna nula.

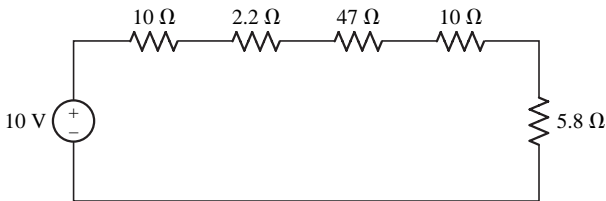
Su operación es sencilla. Los valores de R_1 , R_2 y R_3 son conocidos y se desea conocer el valor de R . La resistencia R_3 se ajusta hasta que $i_m = 0$; en otras palabras, hasta que no fluya corriente a través del amperímetro. En este punto se dice que el puente se encuentra "balanceado".

Utilizando la LCK y la LVK, demuestre que $R = \frac{R_2}{R_1} R_3$.
(Sugerencias:

El valor de V_s es irrelevante; con $i_m = 0$, $i_1 = i_3$ e $i_2 = i_R$; y no existe caída de tensión en el amperímetro.)

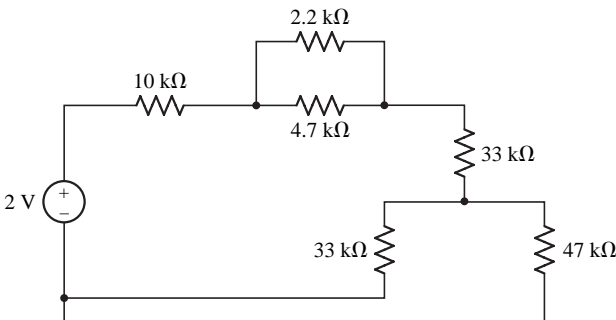


■ FIGURA 3.95



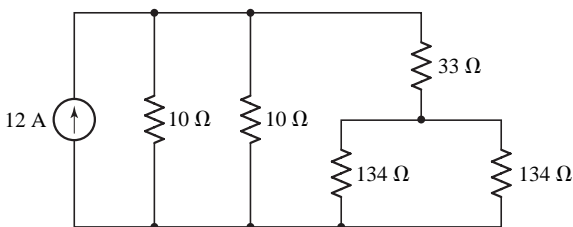
■ FIGURA 3.96

66. El circuito de la figura 3.96 está formado por varias resistencias conectadas en serie. Utilizar el divisor de tensión para calcular qué cantidad de tensión decae en la resistencia más pequeña y en la más grande, respectivamente.



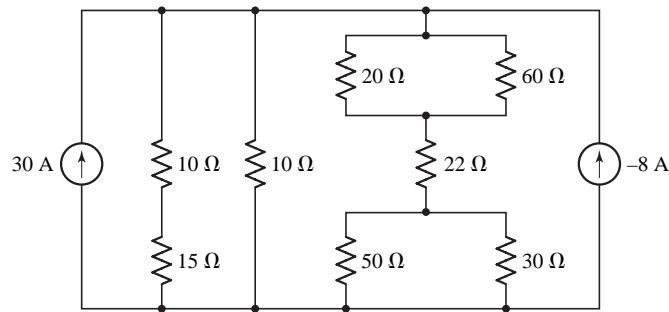
■ FIGURA 3.97

67. Utilizar el divisor de tensión para calcular la tensión en la resistencia de 47 kΩ de la figura 3.97.



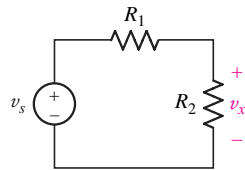
■ FIGURA 3.98

68. Con referencia al circuito que se muestra en la figura 3.98, utilizar el divisor de corriente para calcular la corriente que fluye hacia abajo a través de a) la resistencia de $33\ \Omega$ y b) la resistencia de $134\ \Omega$ que se encuentra a la derecha.

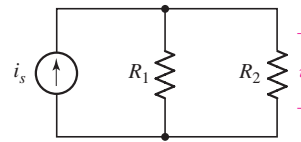


■ FIGURA 3.99

- D** 69. Aparentemente, a pesar del gran número de componentes del circuito de la figura 3.99, solamente es de interés la tensión en la resistencia de $15\ \Omega$. Utilizar el divisor de corriente para calcular el valor correcto.
- D** 70. Elegir dentro de los siguientes valores de resistencia (pueden utilizarse más de una vez) para fijar v_s , R_1 y R_2 en la figura 3.100 y obtener $v_x = 5.5\ \text{V}$. [$1\ \text{k}\Omega$, $3.3\ \text{k}\Omega$, $4.7\ \text{k}\Omega$, $10\ \text{k}\Omega$]

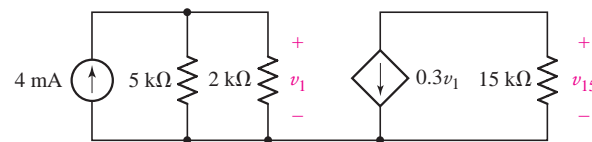


■ FIGURA 3.100



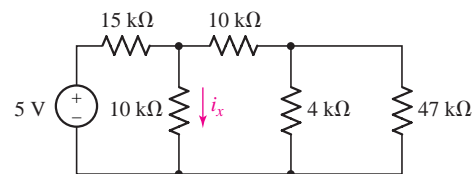
■ FIGURA 3.101

71. Elegir dentro de los siguientes valores de resistencia (se pueden utilizar más de una vez) para establecer i_s , R_1 y R_2 en la figura 3.101 para obtener $v = 5.5\ \text{V}$. [$1\ \text{k}\Omega$, $3.3\ \text{k}\Omega$, $4.7\ \text{k}\Omega$, $10\ \text{k}\Omega$]
72. Determinar la potencia que disipa (o absorbe) la resistencia de $15\ \text{k}\Omega$ de la figura 3.102.



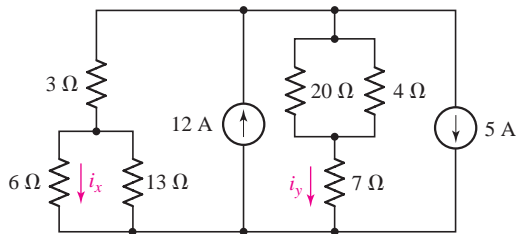
■ FIGURA 3.102

73. En el circuito en la figura 3.103, determinar i_x y calcular la potencia disipada (absorbida) por la resistencia de $15\ \text{k}\Omega$.



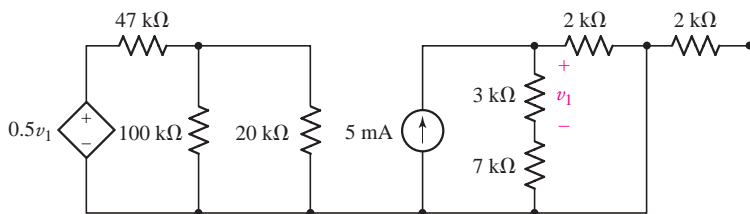
■ FIGURA 3.103

74. En el circuito de la figura 3.104, determinar i_x , i_y , y la potencia disipada (absorbida) por la resistencia de $3\ \Omega$.



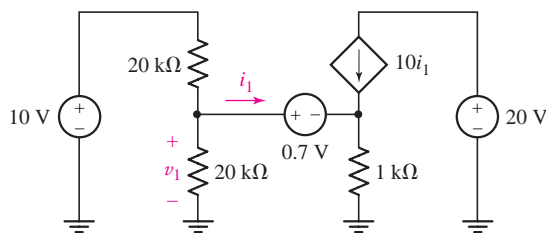
■ FIGURA 3.104

75. ¿Cuál es la potencia disipada (absorbida) por la resistencia de $47\ \text{k}\Omega$ de la figura 3.105?



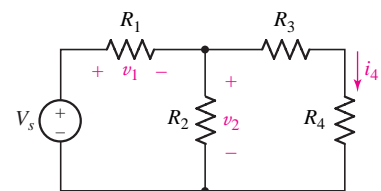
■ FIGURA 3.105

76. Explicar por qué no es posible utilizar la división de tensión para determinar v_1 en la figura 3.106.



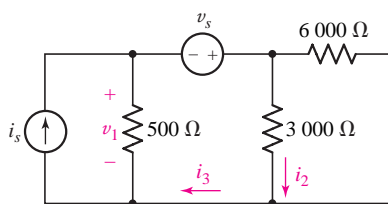
■ FIGURA 3.106

77. Utilizar las divisiones de corriente y de tensión del circuito de la figura 3.107 a fin de obtener la expresión de (a) v_2 ; (b) v_1 ; (c) i_4 .



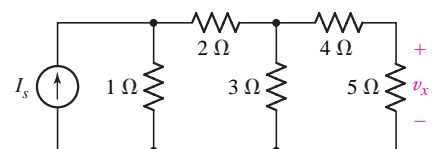
■ FIGURA 3.107

78. Con referencia a los circuitos indicados en la figura 3.108: (a) sea $v_s = 40\ \text{V}$, $i_s = 0$, determinar v_1 ; (b) sea $v_s = 0$, $i_s = 3\ \text{mA}$, calcular i_2 e i_3 .



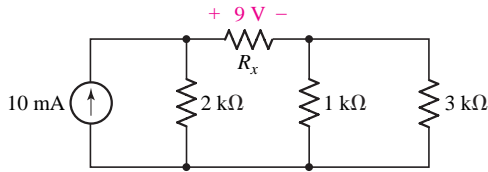
■ FIGURA 3.108

79. En la figura 3.109: (a) sea $v_x = 10\ \text{V}$ y determinar I_s ; (b) sea $I_s = 50\ \text{A}$ y proporcionar v_x ; (c) calcular la proporción v_x/I_s .



■ FIGURA 3.109

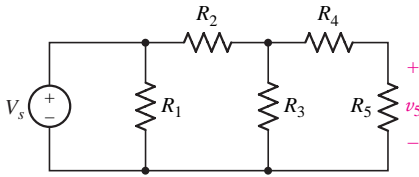
80. Determinar la cantidad de potencia que absorbe R_x en el circuito de la figura 3.110.



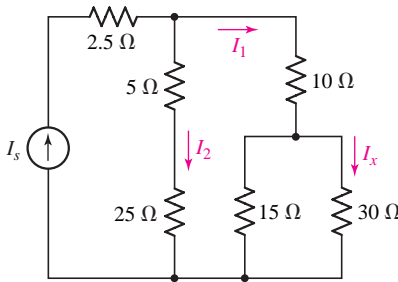
■ FIGURA 3.110

81. Utilizar las divisiones de corriente y de tensión como auxiliares para obtener una expresión correspondiente a v_5 en la figura 3.111.

82. Con referencia al circuito de la figura 3.112, determinar (a) I_x si $I_1 = 12$ mA; (b) I_1 si $I_x = 12$ mA; (c) I_x si $I_2 = 15$ mA; (d) I_x si $I_s = 60$ mA.

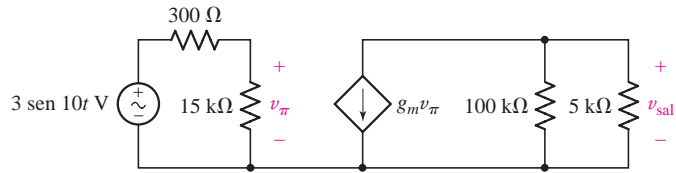


■ FIGURA 3.111



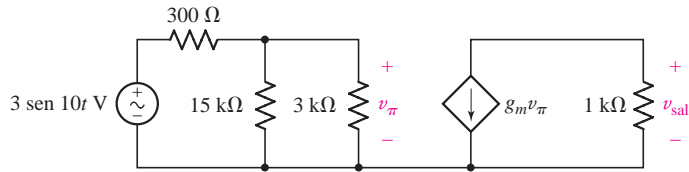
■ FIGURA 3.112

83. El de la figura 3.113 es un circuito equivalente que se usa a menudo para hacer un modelo del comportamiento en ca de un circuito amplificador MOSFET. Si $g_m = 4$ mS, calcular v_{sal} .



■ FIGURA 3.113

84. El circuito de la figura 3.114 es un circuito equivalente que se suele utilizar para modelar el comportamiento en ca de un circuito amplificador de transistor de unión bipolar. Si $g_m = 38$ mS, calcular v_{sal} .



■ FIGURA 3.114